

Un résultat de reconstruction exacte pour TV sous une contrainte de type EDP

Cet exposé traite du problème suivant : comment reconstruire une fonction lorsque l'on sait que celle-ci est constante par morceaux et qu'elle est la solution d'une certaine EDP sans condition aux bords. Comme un opérateur différentiel sans condition aux bords n'est généralement pas inversible, ce problème est mal posé. Cependant, si nous supposons que la solution est à variation bornée, alors ce problème admet une solution unique qui est donnée par la minimisation de la variation totale parmi l'ensemble des solutions de cette EDP. Ceci est établi sous l'hypothèse que l'espace des sauts doit satisfaire une certaine condition géométrique et, afin de prouver que celle-ci n'est pas trop restrictive, nous démontrons qu'elle est satisfaite presque partout par rapport à l'orientation du domaine dans l'espace. La preuve de ces résultats nous ont conduit à généraliser la notion de front d'onde, classique au sens des espaces de Sobolev, à l'espace des fonctions à variation bornée. Enfin, pour illustrer leur intérêt pratique, nous montrerons qu'ils peuvent s'appliquer à une nouvelle technique d'imagerie par résonance magnétique, *Quantitative Susceptibility Mapping*, qui consiste en la résolution d'un problème inverse de ce type.

Ceci est un travail en collaboration avec Kristian Bredies, de l'Université de Graz (Autriche).

A perfect reconstruction property for PDE-constrained total-variation minimization

We study the recovery of piecewise constant functions of finite bounded variation which are constrained to satisfy a linear partial differential equation with unknown boundary conditions. We prove an exact recovery result up to a global constant under a mild geometric assumption on the jump set of the function to reconstruct. For that, we establish some theoretical results about BV spaces which consist in the generalization of the notion of wavefront in this setting. To demonstrate the practical relevance of these results, we also discuss the application to quantitative susceptibility mapping (QSM), a recently established magnetic resonance imaging (MRI) technique which aims at providing the spatial susceptibility distribution of tissues inside the human body.

This is a joint work with Kristian Bredies (University of Graz, Austria).