

INTERNSHIP PROPOSAL. **Optimization of the production of biogas in a bioreactor**

PROPOSITION DE STAGE. **Optimisation de la production de bio-gaz dans un bioréacteur**

MOTS-CLÉS. Commande optimale, modèle du chémostat.

DATES. mars-septembre 2015 (3 à 6 mois).

LIEU. Équipe projet commune Inria-INRA MODEMIC, campus de la Gaillarde, Montpellier.

PRÉSENTATION DU SUJET.

Un système de type chemostat avec une espèce et un seul substrat est décrit par le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} \dot{x} = \mu(s)x - ux, \\ \dot{s} = -\mu(s)x + u(s_{in} - s). \end{cases} \quad (0.1)$$

Dans ce système "entrée-sortie", la variable  $x$  représente la concentration de l'espèce bactérienne considérée,  $s$  la concentration en substrat,  $s_{in} > 0$  la concentration en substrat entrant,  $u(\cdot)$  le tau de dilution (ici la fonction  $u(\cdot)$  représente la variable de décision et  $u(t) \in [0, u_{max}]$  pour tout  $t$ ), et  $s \mapsto \mu(s)$  est la fonction de croissance du substrat ( $\mu(0) = 0$  et  $\mu(s) \geq 0$  pour tout  $s \geq 0$ ). De tels systèmes sont couramment utilisés dans les biotechnologies et dans certaines industries (pharmaceutiques).

On s'intéresse ici à maximiser la quantité de bio-gaz produite par un tel système (cette quantité est proportionnelle à  $\mu(s(t))x(t)\Delta t$  pendant un court instant). On se donne donc un horizon  $T > 0$ , et on cherche à résoudre le problème de contrôle optimal suivant:

$$\max_{u(\cdot)} \int_0^T \mu(s(t))x(t)dt. \quad (0.2)$$

La synthèse de lois de commandes optimales pour optimiser un tel critère sur un intervalle de temps est fondamentale aujourd'hui, par exemple pour la synthèse d'énergies nouvelles.

OBJECTIFS DU STAGE.

Résoudre le problème (0.2) est difficile, en particulier la détermination d'un contrôle optimal par retour d'état (feedback) ainsi que l'obtention d'une description des trajectoires optimales associées. Ainsi, l'objectif du stage consistera d'abord à effectuer des simulations numériques pour résoudre (0.2) (sous **Matlab** ou **Scilab** ou avec des méthodes directes comme **bocop**). On envisagera ensuite d'étudier le problème initial sur un horizon infini, cad en remplaçant le critère dans (0.2) par un critère du type:

$$\int_0^\infty e^{-rt} \mu(s(t))x(t)dt, \quad (0.3)$$

où  $r > 0$  est un taux d'escompte. L'étudiant sera donc amené à étudier l'application du principe de Pontryagin sur un horizon infini afin d'optimiser (0.3). Enfin, on s'intéressera au lien entre les solutions numériques sur un horizon  $[0, T]$  (avec  $T$  grand) et les solutions du problème (0.3). Il sera intéressant de comparer ces solutions à celles trouvées dans un cas particulier du problème (0.2) (voir un travail récent par A. Ghouali, T. Sari, J. Harmand).

PROFIL RECHERCHÉ. M1, M2 ou diplôme d'ingénieur en mathématiques appliquées. Pré-requis en systèmes dynamiques (équations différentielles), en contrôle optimal et en optimisation. Goût pour la simulation numérique (**Matlab**, **Scilab**, **Maple**...).

CONTACT. TERENCE BAYEN, Maître de Conférences (UM2) E-mail : [tbayen@math.univ-montp2.fr](mailto:tbayen@math.univ-montp2.fr)

RÉFÉRENCES.

J.-F. BONNANS, V. GRELARD, P. MARTINON, *Bocop, the optimal control solver, Open source toolbox for optimal control problems*, <http://bocop.org> 2011.

B. BONNARD AND M. CHYBA, *Singular Trajectories and their role in Control Theory*, Springer, SMAI, vol. 40, 2002.

D. A. CARLSON, A. B. HAURIE AND A. LEIZAROWITZ. *Infinite Horizon Optimal Control: Deterministic and Stochastic Systems*. Springer-Verlag, New York, 1991

A. GHOUALI, T. SARI, J. HARMAND, *Maximizing biogas production from the anaerobic digestion*, soumis à Journal of Process Control, 2014.

H.L. SMITH AND P. WALTMAN, *The theory of the chemostat, Dynamics of microbial competition*, Cambridge University Press, 1995.

K. STAMATELATOU, G. LYBERATOS, C. TSILIGIANNIS, S. PAVLOU, P. PULLAMMANAPPALLIL, S.A. SVORONOS, *Optimal and suboptimal control of anaerobic digesters*, Environmental Modeling & Assessment 1997, Volume 2, Issue 4, pp 355-363