

Contrôle continu 1

Groupe 21 – DEGEAD1 – Université Paris-Dauphine

18 Février 2016

Les documents et calculatrices sont interdits. La qualité de rédaction et de la présentation entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les quatre exercices sont indépendants.

Exercice 1

Le coût total de production d'un produit est donné en fonction de la quantité produite :

$$\forall q \geq 0, C(q) = q^3 - 3q^2 + 3q + 1$$

- 1) Donner le coût marginal et le coût moyen du bien considéré.
- 2) De combien varierait le coût si l'on produisait un quart d'unité supplémentaire à partir de $q = 2$? On fera un calcul approché en utilisant la fonction de coût marginal.
- 3) On se place toujours au niveau de production $q = 2$. Calculer une valeur approchée de la variation relative du coût lorsqu'on diminue la production de 3%.

Exercice 2

Soit f une fonction définie par la formule :

$$f(x) = e^{2\sqrt{x}-x}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition $D(f)$ de f .
- 2) Montrer que f admet un unique point critique, que l'on précisera. Il sera noté a dans la suite.
- 3) Calculer le développement limité de f au point a à l'ordre 2.
- 4) Faire une représentation graphique sommaire de la courbe représentative de f au voisinage de $(a, f(a))$. Quelle est la nature de ce point critique?
- 5) Déterminer les éventuels extrema locaux et globaux de f .
- 6) Déterminer la limite :

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - e}{e^x - ex}$$

Exercice 3

- 1) Donner l'équation du cercle de centre $(1, 0)$ et de rayon 3.
- 2) Donner l'équation cartésienne de la droite passant par les points $A = (-2, 1)$ et $B = (1, 0)$.
- 3) Donner l'équation du demi-plan supérieur ouvert délimité par la droite passant par $A = (0, 1)$ et de coefficient directeur $v = (-2, -1)$.

Exercice 4

Pour chacun des ensembles suivants, le représenter graphiquement et justifier s'il est borné, ouvert, fermé, compact ou convexe.

$$\mathcal{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 4x + y^2 > 0\}$$

$$\mathcal{B} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y < 1 \text{ et } x^2 + y^2 \leq 2\}$$

$$\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x - 3y = 1 \text{ ou } |x| \leq 1\}.$$