



HAL
open science

Introduction aux enjeux de transition pour l'ingénieur

Pascal Finaud-Guyot, Jean-Louis Bantignies, Philippe Papet

► **To cite this version:**

Pascal Finaud-Guyot, Jean-Louis Bantignies, Philippe Papet. Introduction aux enjeux de transition pour l'ingénieur : Recueil d'exercices corrigés. École d'ingénieur. Polytech Montpellier, France. 2022, pp.37. hal-03941536

HAL Id: hal-03941536

<https://hal.science/hal-03941536>

Submitted on 16 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - ShareAlike| 4.0
International License

POLYTECH MONTPELLIER

Introduction aux enjeux de transition pour l'ingénieur

Cahier d'exercices corrigés

Pascal FINAUD-GUYOT
Jean-Louis BANTIGNIES
Philippe PAPET

Novembre 2022



Ce document est un commun

Jean-Louis Bantignies, Pascal Finaud-Guyot et Philippe Papet, co-auteurs, ont souhaité faire de ce document un bien commun en le plaçant sous licence libre Creative Commons CC BY-NC-SA 4.0. Cela signifie que vous pouvez réutiliser, distribuer, citer, modifier et adapter ces contenus comme bon vous semble, sans en faire un usage commercial, tant que :

1. Vous le citez de la manière suivante : *Pascal Finaud-Guyot, Jean-Louis Bantignies, Philippe Papet. Introduction aux enjeux de transition pour l'ingénieur : Recueil d'exercices corrigés. École d'ingénieur. Polytech Montpellier, France. 2022, pp.37*
2. Le contenu que vous créez sur la base de celui-ci est placé sous une licence similaire, c'est-à-dire qu'il n'interdit à personne de réutiliser vos améliorations.

Pour plus de détails, nous vous invitons à consulter la licence complète : <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

Cette licence ne concerne toutefois pas les travaux référencés, qui demeurent placés sous leur mention légale d'origine.

Avant propos

Ce document a été développé dans le cadre d'un bloc d'enseignements sur les enjeux de transition dispensé à Polytech Montpellier pour l'ensemble des élèves entrant en cycle ingénieur.

Pourquoi former les ingénieurs aux enjeux de transition ?

De nombreux rapports scientifiques démontrent les incidences des activités anthropiques sur l'ensemble de notre planète. Changement climatique sous l'effet des émissions de GES, 6e extinction de masse, montée du niveau de la mer et réduction des énergies et des ressources disponibles sont autant de menaces pour l'humanité dans son ensemble. Les ingénieurs de Polytech Montpellier occupent des places stratégiques pour comprendre ces différents enjeux, questionner le fonctionnement des acteurs économiques et accompagner les changements vers un monde durable.

En tant qu'école, il est de notre responsabilité de les former au mieux pour faire face à ces sujets, avec une approche résolument basée sur la compréhension physique des phénomènes pour passer à l'action.

Préambule des auteurs

La rédaction de ces travaux dirigés est née de notre intuition que la compréhension des enjeux de transition écologique n'est pas aisée sans appropriation des ordres de grandeurs associés à différents indicateurs.

Ainsi, nous avons construit ces exercices en partant de mesures expérimentales caractérisant certaines transitions à l'oeuvre pour permettre à l'élève de se forger une opinion sur la nécessité du passage à l'action... Nous avons cherché à mettre en oeuvre une approche simplifiée et donc forcément réductrice. Elle permet, avec l'utilisation extensive de modèles empiriques et de règles de trois, d'appréhender ces questions éminemment structurantes et d'expérimenter que la simplicité permet déjà de faire un tri pertinent dans un discours complexe.

Table des matières

Ce document est un commun	1
Avant propos	2
Pourquoi former les ingénieurs aux enjeux de transition ?	2
Préambule des auteurs	2
Table des matières	3
I L’anthropocène	5
I.1 Contexte	5
I.2 Evolution temporelle de la température moyenne terrestre	5
I.3 Corrélation entre la température moyenne terrestre et la concentration en CO2 atmosphérique	6
I.4 Corrélation entre la température moyenne terrestre et la concentration en GES atmosphérique	7
Solution de l’exercice I.2	8
Solution de l’exercice I.3	10
Solution de l’exercice I.4	11
II L’énergie	13
II.1 Contexte	13
II.2 Energie nucléaire : le réacteur électronucléaire	15
II.3 Energie chimique : la centrale thermique au fuel	15
II.4 Energie gravitationnelle : la centrale hydroélectrique	15
II.5 Energie solaire : le panneau photovoltaïque	16
II.6 Energie cinétique du vent : l’éolienne	16
II.7 Etude de cas : bâtiment Polytech Montpellier	17
Solution de l’exercice II.2	17
Solution de l’exercice II.3	17
Solution de l’exercice II.4	17
Solution de l’exercice II.5	18
Solution de l’exercice II.6	19
Solution de l’exercice II.7	19
III Les ressources minérales	21
III.1 Épuisement des réserves non renouvelables : cas du Lithium (Li)	21
III.1.1 Contexte	21
III.1.2 Travail à réaliser	21
Solution de l’exercice III.1	23

III.2	Pour aller plus loin	27
III.2.1	Scénarios avec un besoin de 80 millions de batteries par an	28
III.2.2	Scénarios avec un besoin de 160 millions de batteries par an	29
A	Annexe sur l'énergie	31
A.1	Rappels sur les notions d'énergie et de puissance	31
A.1.1	Énergie	31
A.1.2	Puissance	31
A.2	Unités usuelles de l'énergie	31
A.2.1	La tonne d'équivalent pétrole	31
A.2.2	Le kilo-watt-heure	31
A.2.3	La calorie	32
A.2.4	L'électron-volt	32
A.3	Concentration d'énergie et rendement	32
A.3.1	Concentration	32
A.3.2	Rendement	33
A.4	Quelques moyens de production d'énergie électrique	33
A.4.1	Puissance d'un panneau solaire	33
A.4.2	Principe de fonctionnement d'une éolienne	34
B	Annexe sur les ressources minérales	36

Chapter I

L'anthropocène

I.1 Contexte

Ce TD illustre les ordres de grandeur des modifications attendues dans le contexte de l'accélération globale des indicateurs socio-économiques et environnementaux caractéristique de l'anthropocène. Cet emballement sera illustré en s'intéressant au réchauffement climatique.

I.2 Evolution temporelle de la température moyenne terrestre

Soit ΔT la variation de température moyenne terrestre depuis le début de l'ère industrielle (voir tableau I.1).

1. Représenter ΔT en fonction de N .
2. Construction du modèle Tracer $\ln(\Delta T)$ en fonction de N entre 1950 et 2022. Montrer que la dépendance linéaire obtenue correspond à une droite d'équation qui peut s'écrire $\ln(\Delta T) = aN + b$. Calculer la pente a . En déduire que l'on peut prédire l'évolution de la température à venir sur la base des mesures passées sous la forme d'une loi exponentielle:

$$\Delta T(N) = \Delta T(N_0) \exp(a(N - N_0)) \quad (\text{I.1})$$

3. Extrapolation du modèle

- 3.1 En déduire une prédiction de l'élévation de la température moyenne en 2050. Comparer la valeur obtenue à l'objectif de $+2^\circ\text{C}$ max en 2050 défini par l'accord de Paris sur le climat (COP 21) signé par 194 états et l'union européenne.

Table I.1: Évolution temporelle de la variation de température par rapport à l'ère pré-industrielle. incertitude absolue 0.1°C

Année N	1800	1850	1875	1900	1925	1950	1981	2000	2022
$\Delta T(^\circ\text{C})$	0	0	0	0	0	0.2	0.4	0.7	1.1

Table I.2: Evolution de la concentration en CO2 atmosphérique

Année N	1800	1850	1875	1900	1925	1950	1981	2000	2022
$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	0	0	0	0	0	0.2	0.4	0.7	1.1
$C_{CO_2}^1(\text{ppm})$	282	285		295		310	340	369	416

- 3.2 Quelle est la durée dans laquelle le seuil de $+2^{\circ}\text{C}$ sera dépassé si la tendance actuelle se poursuit ?
- 3.3 Discuter la crédibilité de la prédiction obtenue.

I.3 Corrélation entre la température moyenne terrestre et la concentration en CO2 atmosphérique

Les études des scientifiques démontrent la corrélation entre le réchauffement climatique terrestre et les émissions en gaz à effet de serre. Dans une première approche, nous considérons le CO2 comme seul gaz à effet de serre. La concentration atmosphérique en CO2 depuis le début de l'ère industrielle est donnée dans le tableau I.2.

1. Représentation des observations. Représenter ΔT en fonction de la concentration atmosphérique C_{CO_2} entre 1900 et 2022. Quel type de dépendance (exponentielle, linéaire, ...) relie les deux paramètres ? En déduire la formulation de la fonction f telle que $\Delta T = f(C_{CO_2})$.
2. En déduire une prédiction de la concentration atmosphérique en CO2 $C_{CO_2,max}$ à ne pas dépasser pour respecter l'accord de Paris ($+2^{\circ}\text{C}$ d'élévation de la température moyenne planétaire)? Quel ajout de concentration $\Delta C_{CO_2,max}$ dans l'atmosphère est donc encore possible par rapport à la concentration atmosphérique en 2022 pour respecter l'accord de Paris ?
3. A partir du résultat de la question précédente, on cherche à calculer le budget maximal $B_{CO_2,max}$ d'émission de CO2 pour rester sous l'objectif de $+2^{\circ}\text{C}$ d'augmentation de température terrestre.

- 3.1 On suppose que le CO2 atmosphérique se concentre uniquement dans la basse atmosphère (troposphère) d'épaisseur $e = 10\text{km}$. On considère une géométrie sphérique pour la Terre (rayon $r = 6371\text{km}$) et de l'atmosphère. Montrer que le volume de l'atmosphère peut être approché par:

$$V = \frac{4}{3}\pi [(r + e)^3 - r^3] \quad (\text{I.2})$$

- 3.2 Montrer que $B_{CO_2,max}$ peut s'écrire sous la forme

$$B_{CO_2,max} = 2\rho_{CO_2}\Delta C_{CO_2,max}V \quad (\text{I.3})$$

où $\rho_{CO_2} = 1.87\text{kg.m}^{-3}$ représente la masse volumique du CO2 gazeux (à $T = 15^{\circ}\text{C}$). On considère une situation simple où la moitié des émissions de CO2 émis est piégée par les océans et les forêts (voir La Fresque du Climat©). Calculer la valeur numérique de $B_{CO_2,max}$ en Gt de CO2 (on rappelle: $1\text{Gt} = 10^9\text{t} = 10^{12}\text{kg}$).

Table I.3: Evolution des émissions de CO₂. Source : Global Carbon Project

Année	2019	2020	2021
Emissions mondiales de CO ₂ (Gt)	36.6	34.8 Effet encourageant mais limité du Covid	36.4

Table I.4: Comparaison du pouvoir de réchauffement des principaux gaz à effet de serre

Gaz	CO ₂	CH ₄	N ₂ O
Concentration atmosphérique en 2022	416ppm	1866ppb	340ppb
pouvoir de réchauffement global (PRG)	1	28	265

4. Sur les dernières années, les émissions de CO₂ annuelles mondiales sont synthétisées dans le tableau I.3.

Sur cette base, calculer une estimation du temps restant avant d'induire une hausse de température de +2°C. Comment peut-on améliorer le calcul sur la base des éléments discutés pendant la fresque du climat ?

I.4 Corrélation entre la température moyenne terrestre et la concentration en GES atmosphérique

L'exercice I.3 propose de calculer une estimation de la durée pendant laquelle les tendances actuelles peuvent être poursuivies avant d'atteindre une élévation de la température moyenne terrestre de +2°C. Cette durée est surestimé du fait de la non prise en compte de tous les gaz à effet de serre.

On propose d'affiner l'estimation de cette durée en prenant en considération les principaux gaz à effet de serre (GES) : le CO₂, le protoxyde d'azote (N₂O), et méthane (CH₄). Les concentrations atmosphériques en CH₄ et N₂O sont nettement plus faible que pour le CO₂ mais leurs pouvoirs de réchauffement global (PRG) est beaucoup plus important (voir tableau I.4).

On rappelle: 1ppm = 1000ppb.

1. La teneur atmosphérique en GES (en ppm équivalent CO₂ = 10⁻⁶kg_{CO₂eq}·kg_{atmo}⁻¹) se calcule avec la formule

$$\begin{aligned}
 C_{GES} &= \sum_i f_{e,i} \times C_{GES,i} \\
 &= 1 \times C_{CO_2} + 28 \times C_{CH_4} + 265 \times C_{N_2O}
 \end{aligned}
 \tag{I.4}$$

Calculer la teneur en GES en kg eqCO₂. Quel est l'écart relatif par rapport à la teneur en CO₂ atmosphérique?

2. On propose de calculer une nouvelle estimation de la durée D pendant laquelle les tendances actuelles peuvent être poursuivies avant d'atteindre une élévation de la température moyenne terrestre de +2°C. La relation entre l'élévation de température à l'année $\Delta T(N)$ (en °C) et la concentration en GES C_{GES} , tenant

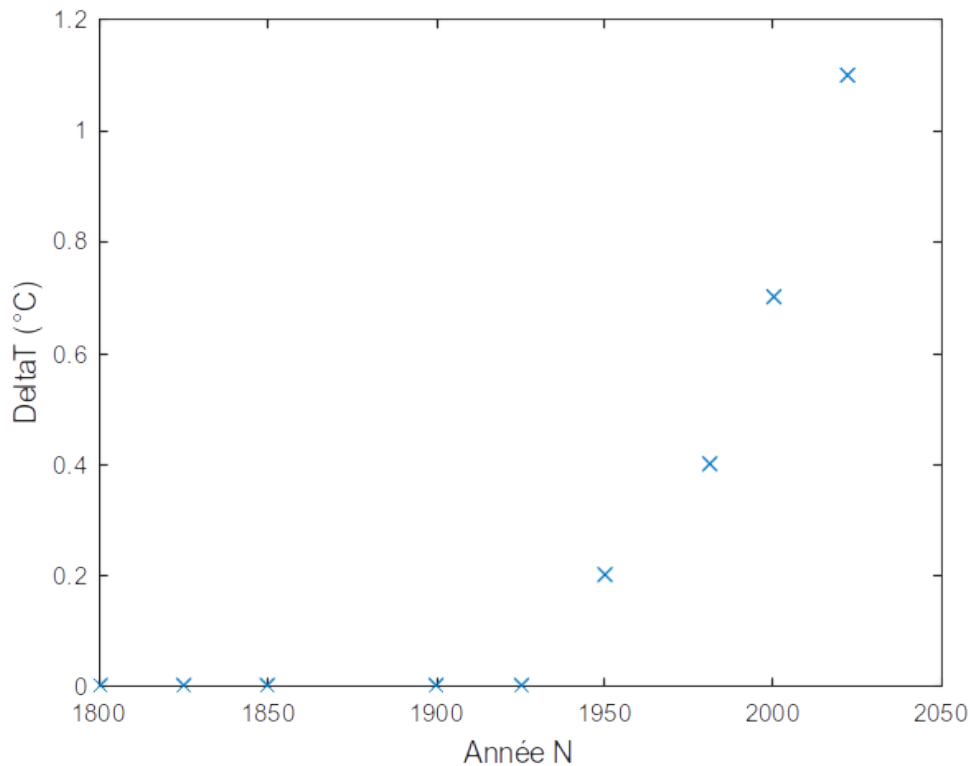
compte des rétroactions positives majeures est donnée par:

$$\Delta T(N) = 3.5 \ln \left(\frac{C_{GES}(N)}{C_{GES}(N_0)} \right) \quad (\text{I.5})$$

où N_0 est l'année 1800 pour laquelle la concentration en GES atmosphérique valait $C_{GES}(N_0) = 372\text{ppm}$

- 2.1 Calculer la concentration maximale en GES $C_{GES,max}$ correspondant à une élévation de $+2^\circ\text{C}$ depuis le début de l'ère industrielle.
- 2.2 En déduire le budget maximal de GES pour limiter l'élévation de température terrestre à $+2^\circ\text{C}$. On peut utiliser la méthodologie de la question 3 présentée à l'exercice I.3.
- 2.3 Donner une estimation de la durée D avant que les émissions de GES induisent une hausse de $+2^\circ\text{C}$ de la température moyenne terrestre en supposant que le taux d'émission actuel se maintient ($60\text{GteqCO}_2.\text{an}^{-1}$).

Solution de l'exercice I.2



1.

Figure I.1: Evolution de ΔT en fonction de l'année N

2. Construction du modèle

La courbe de $\ln(\Delta T)$ en fonction de N (voir figure I.2) est approchable par une droite. On en déduit que $\ln(\Delta T) = aN + b$. Les variations de température ΔT sont nulles avant 1950 donc le \ln n'est défini que de 1950 à 2022. On pose $N_0 = 1950$ et on calcule:

$$a = \frac{\ln(\Delta T(2022)) - \ln(\Delta T(N_0))}{2022 - N_0} = 0.0237 \quad (\text{I.6})$$

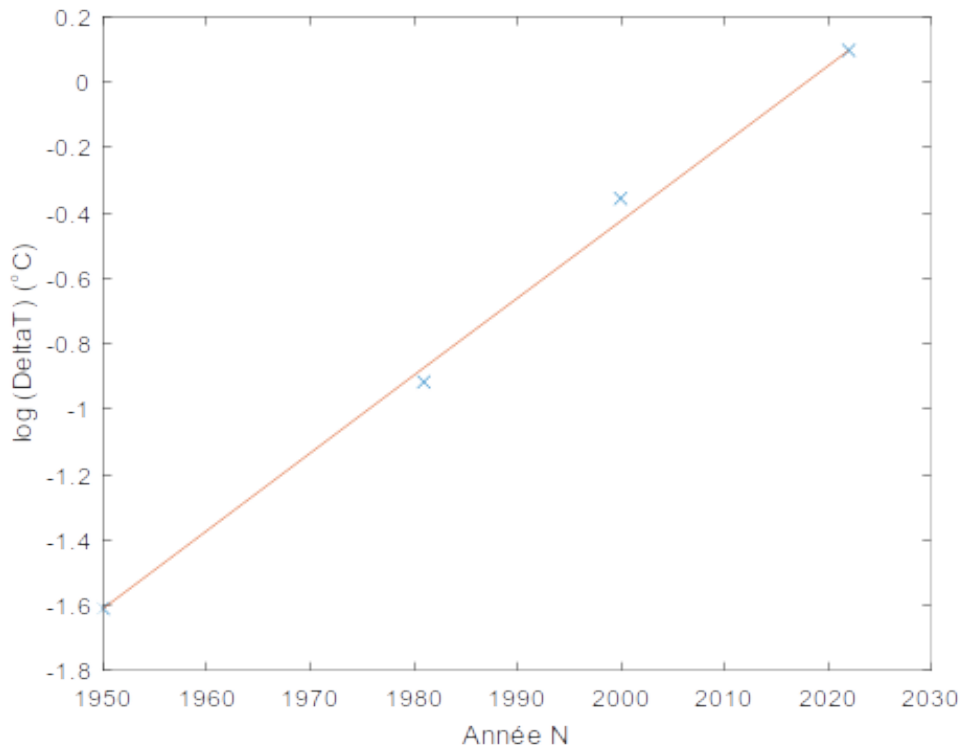


Figure I.2: Evolution de $\ln(\Delta T)$ en fonction de l'année N

La figure suivante montre que le modèle ajusté décrit les observations de manière satisfaisante.

3. Extrapolation du modèle

3.1 On utilise la relation (I.1) pour estimer la température en 2050:

$$\begin{aligned}
 \Delta T(N) &= \Delta T(N_0) \exp(a(N - N_0)) \\
 &= 0.2 \exp(0.0237(2050 - 1950)) \\
 &= 2.13^\circ\text{C}
 \end{aligned}
 \tag{I.7}$$

On dépasse déjà l'objectif fixé par l'accord de Paris.

3.2

$$\begin{aligned}
 \Delta T(N) &= \Delta T(N_0) \exp(a(N - N_0)) \\
 \frac{\Delta T(N)}{\Delta T(N_0)} &= \exp(a(N - N_0)) \\
 \ln\left(\frac{\Delta T(N)}{\Delta T(N_0)}\right) &= a(N - N_0) \\
 N &= N_0 + \frac{1}{a} \ln\left(\frac{\Delta T(N)}{\Delta T(N_0)}\right) \\
 N &= 1950 + \frac{1}{0.0237} \ln\left(\frac{2}{0.2}\right) \\
 &= 2047
 \end{aligned}
 \tag{I.8}$$

3.3 La prédiction obtenue suppose que le prolongement des tendances passées. Si on tient compte du fait (*i*) que les puits des gaz à effets de serre (océan

et végétation) ont une efficacité qui avec leur saturation, (ii) que certains disparaissent notamment du fait de la déforestation et (iii) qu'il existe des rétroactions positives (voir Fresque du Climat), des effets d'emballements sont possibles et non modélisés. Ainsi la projection de l'évolution de la température semble optimiste.

Solution de l'exercice I.3

1. Représentation des observations. On observe une dépendance linéaire de ΔT avec C_{CO_2} sur l'intervalle 1900 - 2022 (voir figure I.3):

$$\begin{aligned} \Delta T &= aC_{CO_2} + b \\ a &= \frac{\Delta T(2022) - \Delta T(1900)}{C_{CO_2}(2022) - C_{CO_2}(1900)} = \frac{1.1 - 0}{416 - 295} = 0.0091 \\ b &= -aC_{CO_2}(1900) = -2.6818 \end{aligned} \quad (I.9)$$

Cela montre une corrélation directe entre la concentration en carbone atmosphérique et la variation de la température moyenne terrestre.

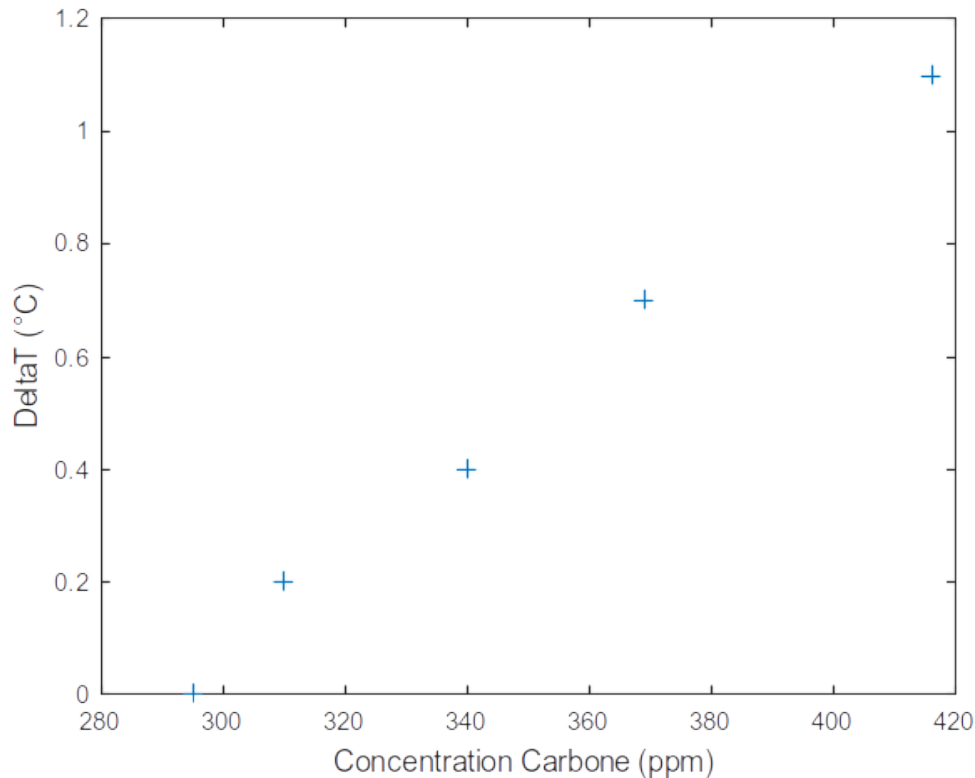


Figure I.3: Evolution de ΔT en fonction de la concentration en CO_2 atmosphérique

2. En utilisant la relation (I.9), on peut extrapoler la concentration en CO_2 atmosphérique correspondant à une élévation de température planétaire de $+2^\circ C$:

$$\begin{aligned} C_{CO_2,max} &= \frac{\Delta T - b}{a} \\ &= \frac{2 - (-2.6818)}{0.0091} \\ &= 514\text{ppm} \end{aligned} \quad (I.10)$$

La concentration en CO₂ atmosphérique en 2022 vaut 416ppm (voir table I.2). Pour maintenir la hausse de température planétaire à +2°C, une hausse de la concentration en CO₂ atmosphérique doit être limitée à $\Delta C_{CO_2,max} = 514 - 416 = 98$ ppm. C'est moins que ce qui a été ajouté depuis 1900 ($416 - 295 = 121$ ppm) mais le rythme d'émission actuel est significativement plus élevé.

3. 3.1 Le volume de l'atmosphère est obtenu en faisant la différence entre le volume de la Terre et de l'atmosphère (soit une sphère de rayon $r + e$) et le volume de la Terre:

$$\begin{aligned} V &= V_{Terre+atmo} - V_{Terre} \\ &= \frac{4}{3}\pi (r + e)^3 - \frac{4}{3}\pi (r)^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi [(r + e)^3 - r^3] \\ &= 5.1087 \times 10^{18} \text{m}^3 \end{aligned} \tag{I.11}$$

- 3.2 Pour induire une hausse de +2°C de la température moyenne terrestre, il faut augmenter la concentration atmosphérique de $\Delta C_{CO_2,max} = 98$ ppm = $98 \times 10^{-6} \text{kg}_{CO_2} \cdot \text{kg}_{atmo}^{-1}$. La masse de l'atmosphère vaut $m_{atmo} = \rho_{atmo} V$. La masse de CO₂ induisant une hausse de la concentration atmosphérique de $\Delta C_{CO_2,max} = 98$ ppm vaut donc $\rho_{atmo} V \Delta C_{CO_2,max}$. Dans la mesure où la part des émissions de CO₂ allant dans l'atmosphère vaut 50%, le budget maximum émissible vaut: $B_{CO_2,max} = 2\rho_{atmo} V \Delta C_{CO_2,max} = 1892$ Gt.

4. La durée pour émettre le budget $B_{CO_2,max}$ peut être approchée en considérant que les émissions de 2021 restent constantes dans l'avenir: $D = B_{CO_2,max} / E_{2021} = 1892 \text{Gt} / 36.4 \text{Gt} \cdot \text{an}^{-1} = 52$ ans. Cette durée est probablement sur-estimée pour plusieurs raisons (mais pour l'ordre de grandeur de quelques décennies reste réaliste). En effet, le calcul néglige (i) les effets des gaz à effet de serre autre que le CO₂, (ii) l'augmentation des émissions annuelles de gaz à effet de serre (entre 2010 et 2019, les émissions de GES ont augmenté en moyenne de 2% par an), (iii) l'existence de rétroactions positives telles que la baisse d'albédo terrestre (diminution surface glacées) ; le dégel du pergélisol (ou permafrost) provoquant la libération de GES (CO₂ et CH₄).

Solution de l'exercice I.4

1. La concentration atmosphérique en 2022 vaut:

$$\begin{aligned} C_{GES} &= 1 \times C_{CO_2} + 28 \times C_{CH_4} + 265 \times C_{N_2O} \\ &= 1 \times 416 \text{ppm} + 28 \times 1866 \text{ppb} + 265 \times 340 \text{ppb} \\ &= 1 \times 416 \text{ppm} + 28 \times 1.866 \text{ppm} + 265 \times 0.340 \text{ppm} \\ &= 558 \text{ppm} \end{aligned} \tag{I.12}$$

Cela représente un écart de $(558 - 416) / 416 = 34\%$. Considérer le CO₂ comme seul GES revient à négliger 34% de la cause de l'effet de serre.

2. 2.1 On peut déduire la concentration maximale en GES à partir de la formule (I.5):

$$\begin{aligned}\Delta T(N) &= 3.5 \ln \left(\frac{C_{GES}(N)}{C_{GES}(N_0)} \right) \\ \ln \left(\frac{C_{GES}(N)}{C_{GES}(N_0)} \right) &= \frac{\Delta T(N)}{3.5} \\ \frac{C_{GES}(N)}{C_{GES}(N_0)} &= \exp \frac{\Delta T(N)}{3.5} \\ C_{GES}(N) &= C_{GES}(N_0) \exp \frac{\Delta T(N)}{3.5} \\ C_{GES}(N) &= 659 \text{ppm}\end{aligned}\tag{I.13}$$

2.2 En reprenant la formule (I.3), on trouve un budget de 1920GteqCO₂.

2.3 On obtient une durée $D = 1920/60 = 32$ ans significativement plus faible que celle estimée en considérant uniquement le CO₂ (voir exercice I.3) mais plus cohérente avec les estimations proposées par le GIEC.

Chapter II

L'énergie

II.1 Contexte

Ce TD propose de dimensionner différents systèmes énergétiques pour produire une puissance équivalente de 1000MW fournissant annuellement une énergie électrique de 8760GWh. On vise à compléter le tableau II.1.

Table II.1: Comparaison des différents modes de production d'énergie électrique

Type de production	Combustible / force motrice	Quantités annuelles	Production d'électricité au m ² (kWh.m ⁻²) ^a	Emission GES gCO ₂ eq.kWh ⁻¹ élec ^b
Réacteur Nucléaire	Uranium naturel		12800	6
Centrale Thermique	Pétrole		14000	730
Barrage hydraulique	Eau		240	40-70
Panneaux photovoltaïques	Lumière solaire		150	27-50
Eoliennes	Vent		250	onshore : 9 offshore : 11

^a<https://www.greenandgreatagain.com/emprise-au-sol-toutes-les-energies-ne-se-valent-pas/>

^bhttps://bilans-ges.ademe.fr/documentation/UPLoad_DOC_FR/index.htm?renouvelable.htm

II.2 Energie nucléaire : le réacteur électronucléaire

Dans cet exercice, on cherche à connaître la quantité d'uranium naturel qu'il faut consommer annuellement pour alimenter un réacteur électronucléaire de 1000MW électriques, dont le rendement est de 33% en électricité.

1. Si le réacteur fonctionne une heure, combien d'énergie thermique va-t-il consommer pour délivrer une énergie électrique de 1000MWh (on sait que le rendement de la conversion thermique vers électrique n'est que de 33%)?
2. Pour produire cette énergie thermique, quelle masse d'uranium naturel doit-on consommer (voir annexe A.3.1) ?
3. Quelle quantité d'uranium pour un fonctionnement en continu d'une année sera nécessaire, et quelle est la quantité d'énergie électrique ainsi produite ?

II.3 Energie chimique : la centrale thermique au fuel

On se propose de voir quelle serait la quantité de carburant (fuel) qu'il faudrait consommer annuellement dans une centrale thermique qui fournirait la même puissance électrique (1000MW) sachant que le rendement est de 38% en électricité.

1. Quelle énergie thermique la centrale consomme en 1h pour fournir une énergie électrique de 1000MWh (on sait que le rendement de la conversion thermique vers électrique n'est que de 38%) ?
2. Quelle quantité de pétrole brut (tep) faut-il brûler en 1 heure pour produire cette énergie thermique (voir annexe A.2.2)?
3. Si la centrale fonctionne en continu pendant une année, combien de pétrole (tep) faudrait-il pour produire la même quantité d'énergie électrique que le réacteur électronucléaire ?

II.4 Energie gravitationnelle : la centrale hydroélectrique

Dans cet exemple on va chercher à se représenter la quantité d'eau qu'il faut faire chuter d'une hauteur de 100m pour qu'une centrale hydroélectrique de rendement 85% en électricité fournisse la même puissance électrique de 1000MW.

1. Exprimer, en utilisant la loi $E = mgh$, l'énergie (gravitationnelle) fournie par la chute de 100m d'une tonne d'eau.
2. Quelle est la puissance correspondante si le débit d'eau de la chute est de $1m^3 \cdot s^{-1} = 1\text{tonne}/s^{-1}$?
3. Quel débit (en tonnes d'eau par seconde ou m^3 par seconde) chutant de 100m faut-il pour avoir une puissance électrique de 1000MW sachant que la centrale a un rendement de 85% ?
4. Quelle quantité d'eau "traversera" la centrale sur une année de production ?

II.5 Energie solaire : le panneau photovoltaïque

Dans cet exemple, on cherche à connaître la surface de panneaux photovoltaïques pour produire la même énergie électrique de 8760GWh en une année ? On donne les informations suivantes sur les panneaux photovoltaïques:

- La puissance des panneaux installés est de 300Wc.m^{-2}
 - Le site permet un ensoleillement de $2000\text{heures.an}^{-1}$ (correspondant à l'ensoleillement moyen en France métropolitaine; avec une variabilité entre 1400h en Bretagne et 2900h autour de Marseille)
 - L'installation est bien optimisée qui permet un taux de dégradation de seulement 10%
1. Quelle est la production annuelle d'un panneau photovoltaïque de 1m^2 possédant les caractéristiques ci-dessus (voir annexe A.4.1)?
 2. Quelle surface sera nécessaire pour produire la même quantité d'énergie électrique que le réacteur électronucléaire ?

II.6 Energie cinétique du vent : l'éolienne

On va déterminer le nombre d'éoliennes nécessaire pour fournir annuellement la même quantité d'électricité que le réacteur électronucléaire. On suppose que le vent est constant avec une moyenne annuelle de 45km.h^{-1} . On rappelle la masse volumique de l'air $\rho_{air} = 1,225\text{kg.m}^{-3}$.

1. Quelle est la puissance du vent moyen traversant la surface d'une éolienne avec un rotor muni de pales balayant un cercle de 100m de diamètre ? En supposant un fonctionnement optimal, quelle est la puissance mécanique maximale récupérée par l'éolienne ?
2. Combien faudrait-il d'éoliennes terrestres de cette puissance pour aboutir aux mêmes 1000MW de puissance électrique ? On supposera que le rendement de la conversion mécanique-électrique est égal à 1.
3. Vérifier qu'avec ce nombre d'éoliennes et cette puissance on retrouve bien une production annuelle de 8760GWh d'énergie électrique pour un fonctionnement en continu. L'intermittence du vent est prise en compte à travers l'utilisation de la vitesse du vent moyennée sur l'année. Le fonctionnement de l'éolienne est intermittent c'est pourquoi on a utilisé une vitesse du vent moyenne pour simuler un fonctionnement "équivalent" en continu.
4. Pour limiter les perturbations d'une éolienne sur ses voisines, il est préconisé d'avoir une distance minimale D_{min} entre éoliennes de 5 fois le diamètre du rotor. En supposant que chaque éolienne occupe une surface carrée de dimension $D_{min} \times D_{min}$, quelle est la surface de ce parc éolien. Même question en supposant que chaque éolienne occupe une surface circulaire de dimension $\pi D_{min}^2/4$.

II.7 Etude de cas : bâtiment Polytech Montpellier

On cherche à savoir quelle surface de toiture il faudrait recouvrir avec des panneaux photovoltaïques pour produire autant d'électricité que ce qui est consommé annuellement (300MWh). Cette consommation d'électricité correspond à l'alimentation d'un bâtiment d'enseignement de 2 étages avec une surface au sol d'environ 2100m². Outre les usages courants (éclairage, alimentation des postes informatiques/vidéoprojecteur), cette énergie sert principalement à la climatisation et à l'alimentation des serveurs. En effet, le chauffage utilise un réseau de chaleur issue de la combustion de déchets de bois dans une chaudière collective.

Solution de l'exercice II.2

1. En 1h de fonctionnement, le réacteur va consommer 3030MWh = 1000MWh/33% d'énergie thermique pour délivrer 1000MWh d'énergie électrique. Il faut donc 3030MWh d'énergie thermique obtenu par fission de l'uranium pour produire 1000MWh d'énergie électrique.
2. On sait (voir annexe A.3.1) que 10mg d'uranium naturel (contenant 0,7% en masse de matière fissible) produit une énergie thermique de 1kWh et par conséquent 1kg d'uranium naturel produit une énergie thermique de 100MWh. Ainsi en 1h de fonctionnement, le réacteur utilise 3030MWh/100MWh.kg⁻¹ = 30,3kg d'uranium naturel.
3. Pour une année de fonctionnement en continu, soit 365jours × 24h = 8760h, il faut donc 30,3kg.h⁻¹ × 8760h = 265tonnes. On produira ainsi une énergie électrique de 1000MWh × 24h × 365jours = 8760GWh.

Solution de l'exercice II.3

1. Si la centrale fonctionne une heure elle consomme 2632MWh = 1000MWh/38% d'énergie thermique pour délivrer 1000MWh d'énergie électrique (il faut 2632MWh d'énergie thermique obtenu par combustion de pétrole).
2. On sait que la combustion d'une tonne de pétrole brut (tep) produit une énergie thermique de 11630kWh (voir annexe A.2.2). Pour produire 2632MWh thermique, il faut donc 2632MWh/11630kWh.tep⁻¹ = 226,3tep par heure de fonctionnement.
3. Pour une année de fonctionnement en continu, soit 365jours × 24h = 8760h, il faut donc 226,3tep.h⁻¹ × 8760h = 1982486tep pour produire une énergie électrique de 8760GWh.

Solution de l'exercice II.4

1. L'énergie gravitationnelle d'une tonne d'eau qui chute de 100m vaut

$$\begin{aligned} E &= mgh \\ &= 1000\text{kg} \times 9.81\text{m.s}^{-2} \times 100\text{m} \\ &= 981\text{kJ} \end{aligned} \tag{II.1}$$

2. Chaque seconde, il chute 1 tonne d'eau donc la puissance correspondante est

$$P = \frac{E}{1s} = 981\text{kJ}\cdot\text{s}^{-1} = 981\text{kW} = 0,981\text{MW} \quad (\text{II.2})$$

3. Si la centrale a un rendement de 85%, pour qu'elle ait une puissance de 1000 MW électrique il faut une puissance gravitationnelle de $1176\text{MW} = 1000\text{MW}/85\%$. Pour fournir une puissance hydraulique de 1176MW, il faut donc, à chaque seconde, permettre la chute de $1176\text{MW}/0,981\text{MW}\cdot\text{tonne}^{-1} = 1200\text{tonnes}\cdot\text{s}^{-1} = 1200\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$.

4. Pour une production en continu sur l'année, il faut un volume de

$$1200\text{tonnes} \times 3600\text{s} \times 8760\text{h} = 3,784\cdot 10^{10}\text{tonnes}\cdot\text{an}^{-1} \quad (\text{II.3})$$

soit l'équivalent de 12 millions de piscines olympique (ayant chacune un volume de 3000m^3).

Remarque : A titre d'exemple, le débit moyen du Rhône à Beaucaire vaut $1700\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ et le dénivelé entre Lyon et la mer vaut 240m. En exploitant totalement cette ressource, on obtient une énergie hydraulique annuelle de 14400GWh et une énergie électrique de 12200GWh soit l'équivalent en ordre de grandeur d'un seul réacteur nucléaire.

Solution de l'exercice II.5

1. Un panneau solaire de 1m^2 , ayant une puissance de 300Wc, idéalement installé avec $\tau_{ideal} = 0\%$ (i.e. toujours orienté idéalement face au soleil à tout instant de la journée) produit annuellement une énergie de

$$\begin{aligned} E_{ideal} &= h \times (1 - \tau_{ideal}) \times P_c \\ &= 2000\text{h}\cdot\text{an}^{-1} \times (1 - 0) \times 300\text{Wc}\cdot\text{m}^{-2} \\ &= 600\text{kWh}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{an}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{II.4})$$

En prenant en compte le fait que l'installation n'est pas (jamais) idéale et que le taux de dégradation vaut $\tau_{reel} = 10\%$, on obtient une production effective de

$$\begin{aligned} E_{reel} &= (1 - \tau_{reel}) \times E_{ideal} \\ &= (1 - 10\%) \times 600\text{kWh}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{an}^{-1} \\ &= 540\text{kWh}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{an}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

2. Dans les conditions évoquées, un panneau produit une énergie de $540\text{kWh}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{an}^{-1}$. On souhaite produire annuellement 8760GWh (énergie électrique du réacteur). Il faut donc une surface $S = 8760000\text{MWh}/0,540\text{MWh}\cdot\text{m}^{-2} = 16222222\text{m}^2$, ce qui donne $S = 1622\text{ha} = 16,2\text{km}^2$. Donc pour produire une énergie annuelle de 8760GWh il faut $16,2\text{km}^2$ de panneaux photovoltaïques.

Remarque : Le campus du Triolet fait $0,27\text{km}^2$ et la ville de Montpellier représente $56,8\text{km}^2$ (422km^2 pour toute la métropole).

Solution de l'exercice II.6

1. La surface d'une éolienne fait $S = \pi(100/2)^2 = 7854\text{m}^2$. La puissance d'un vent de vitesse v traversant une surface S est donnée par

$$\begin{aligned}
 P_{vent} &= \frac{1}{2}mv^2 \\
 &= \frac{1}{2}\rho_{air}Sv^3 \\
 &= \frac{1}{2} \times 1.225 \times 7850 \times 12.5^3 \\
 &= 9.4\text{MW}
 \end{aligned}
 \tag{II.6}$$

La puissance récupérée par l'éolienne se calcule avec le rendement de Betz (59%) :
 $P_{eolienne} = 59\% \times P_{vent} = 5.5\text{MW}$.

2. Il faut environ $180 = 1000\text{MW}/5,5\text{MW/eolienne}$ éoliennes de ce type pour avoir 1000MW de puissance.
3. En une année de fonctionnement, la puissance de ce parc éolien est:

$$180 \times 5,5\text{MW/eolienne} \times 8760\text{h} = 8760\text{GWh} \tag{II.7}$$

	carré	cercle
4. Surface au sol d'une éolienne	$D_{min} \times D_{min} = 25\text{ha}$	$\pi D_{min}^2/4 = 16.6\text{ha}$
Surface du parc	4500ha	3500ha

Solution de l'exercice II.7

On considère des panneaux de puissance 300Wc, dont on a vu qu'ils produisent pour 2000 heures d'ensoleillement par an $540\text{kWh}\cdot\text{an}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ (voir exercice II.5). Cela donne donc une surface de panneaux

$$S = \frac{300\text{MWh}}{540\text{kWh}\cdot\text{m}^{-2}} = 550\text{m}^2 \tag{II.8}$$

Remarques :

- Du fait de l'indépendance de notre système de chauffage, on estime que la consommation est maximale durant l'été et minimale l'hiver. Cela permet une bonne adéquation entre la production photovoltaïque et les besoins du bâtiment. La pose de panneaux photovoltaïque semble donc une solution bien adaptée au bâtiment Polytech.
- Le dimensionnement réalisé est basé sur la moyenne annuelle *i.e.* sur 1an, le bâtiment produit autant que ce qu'il consomme. En revanche, il est "impossible" que les besoins instantanés coïncident avec les variations de la production.
 - En l'absence de stockage, cette solution impose le raccordement au réseau électrique pour se décharger des excédents de production et permettre un fonctionnement lors des périodes de faible production (nuit et hiver)
 - Avec stockage, une déconnexion totale du réseau est techniquement envisageable. Néanmoins, la performance des systèmes de stockages d'énergie doit être examinée de prêt pour évaluer la viabilité sur le long terme d'une telle solution.

- Une autre solution "locale" basée sur l'éolien pose sensiblement les mêmes problèmes. L'ajout d'une éolienne sur le toit du bâtiment (outre les questions de sécurité et de nuisance sonore) semble toutefois être invalide en passant à l'échelle de tout le campus Triolet du fait des effets de masquage entre les éoliennes.

Chapter III

Les ressources minérales

III.1 Épuisement des réserves non renouvelables : cas du Lithium (Li)

III.1.1 Contexte

Ce TD s'intéresse à l'épuisement des ressources non renouvelables (voir cours) et particulièrement à une ressource stratégique pour le stockage de l'énergie, le lithium (Li) utilisé de manière extensive pour les batteries Li-ion. Ce type de batteries présente actuellement la meilleure capacité d'accumulation d'énergie par unité de masse (environ $200\text{Wh}\cdot\text{kg}^{-1}$, voir cours et TD énergie). Le début des années 2000 est associé au démarrage des ventes significatives de voitures électriques équipées des batteries Li-ion. Cet usage représente désormais plus de 50% de la demande mondiale en Li.

Année N	2005	2010	2021
Vente de voitures électriques Li-ion ¹	2 000	10 000	16 000 000

Une réserve de 21 millions de tonnes (Mt) de Li est prouvée en 2021 et la ressource (non prouvées / voir cours) atteindrait au total 89Mt^2 . Le tableau ci-dessous donne la production de Li en fonction du temps entre 1990 et 2021³.

Année N	1990	2005	2008	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Production P (kt)	10	16	21	28	34	35	34	32	31
Année N	2016	2017	2018	2019	2020	2021			
Production P (kt)	38	43	95	86	82	100			

III.1.2 Travail à réaliser

1. Sur la base de la production de Li (voir tableau ci-dessus) et la réserve en 2021, calculer une approximation rudimentaire de la durée de la réserve mondiale prouvée t_{fin} .
2. La quantification de la réserve précédente néglige l'évolution de la production annuelle en fonction du temps $P(N)$. Représenter $P(N)$ et indiquer quel type de dépendance est globalement obtenue ?

²MineralCommoditySummaries2021"U.S.GeologicalSurvey.February2021.
Retrieved17March2021

³<https://www.mining.com/global-lithium-production-hits-record-high-on-electric-vehicle-demand/>

3. Les estimations mondiales sur les tonnages de lithium nécessaires pour répondre à la demande mondiale indiquent 150kt Li en 2025 et 300kt Li en 2030.

3.1 Représentez $\ln P(N)$ en fonction de N entre 2015 et 2030 à partir du tableau et des prévisions ci-dessus. Montrez que la dépendance obtenue est globalement linéaire en calculant la pente a dans l'intervalle entre 2015 et 2030.

3.2 En déduire une estimation de $P(N)$ qui peut s'écrire à partir de 2015 sous la forme $P(N) = P(2015) \exp(a(N - 2015))$ (voir la méthode introduite dans le TD sur l'anthropocène, section I). Représenter la progression exponentielle $P(N)$ et les données expérimentales sur la même figure entre 2015 et 2030. En déduire que le modèle exponentiel calé est une bonne représentation de l'évolution de la production de Li au cours du temps.

3.3 Dans ce contexte représentez dans un tableau la prévision de la production annuelle en 2030, 2035, 2038, 2040, 2043, 2048, 2050. Au bout de combien de temps la production annuelle de 2030 est multipliée par 10?

3.4 En considérant un scénario où la production de 2050 n'évolue plus et une réserve qui serait identique à celle de 2021, calculer au bout de combien de temps la réserve est épuisée à partir de 2050 ?

4. On va maintenant faire une nouvelle estimation de la fin de la réserve t_{fin} en tenant compte de l'augmentation exponentielle de la production annuelle.

4.1 Montrer que l'évolution de la réserve $R(N_0 + i)$ en fonction au temps $N_0 + i$ est une suite mathématique du type

$$\begin{aligned} R(N_0 + i) &= R(N_0) - P(N_0 + 1) - \dots - P(N_0 + i) \\ &= R(N_0) - \sum_{k=1}^i P(N_0 + k) \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

Pour cela, on pourra calculer simplement $R(2022)$, $R(2023)$ et $R(2024)$ connaissant $R(2021) = 21\text{Mt}$ et les productions $P(2022) = 0.09\text{Mt}$, $P(2023) = 0.10\text{Mt}$ et $P(2024) = 0.12\text{Mt}$ (calculées avec le modèle de la question 3) et généraliser la démarche.

4.2 L'évolution de la réserve $R(N)$ est tracée entre 2021 et 2050 en utilisant l'expression obtenue à la question précédente (voir figure III.1). A gauche, l'évolution est tracée en considérant la réserve prouvée en 2021 ($R(2021) = 21\text{Mt}$) ; à droite, en considérant la ressource supposée en 2021 de 89Mt. Dans les deux cas, évaluez graphiquement l'année où la réserve de Li est épuisée et la durée de la réserve par rapport à 2021 (à comparer avec la valeur obtenue à la question 1).

4.3 Quel est le pourcentage de temps gagné sur l'épuisement de la réserve en passant d'un scénario basé sur la réserve à un scénario sur la ressource. Pour comparaison, vous noterez que l'augmentation de la quantité relative disponible est de $323\% = (89 - 21)/21$.

5. On regarde maintenant la cohérence entre l'ordre de grandeur du besoin en Li pour le développement du parc de voitures électriques avec la réserve de Li mondiale connue à ce jour. A l'heure actuelle, la Zoé de Renault nécessite environ 8,2kg de Li (poids total batterie 350kg) et la Tesla Model 3 (poids total batterie 350-450kg) environ 15kg de Li.

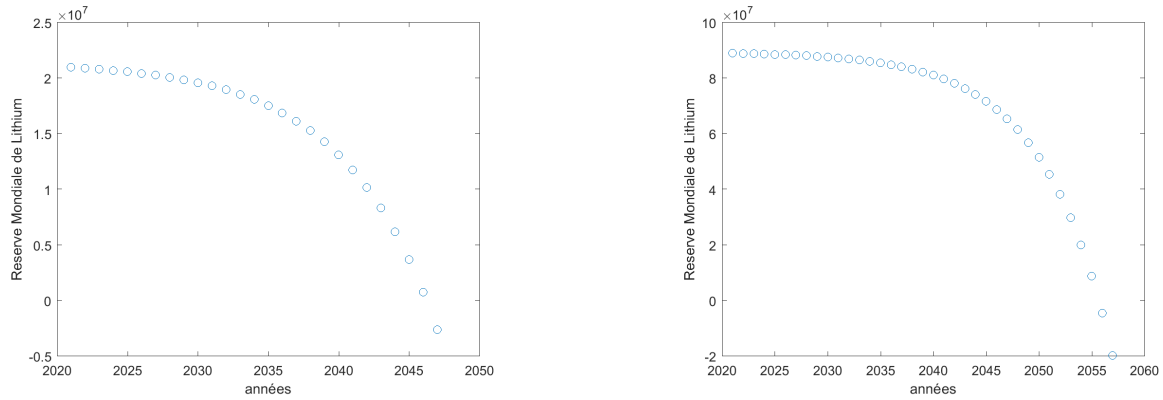
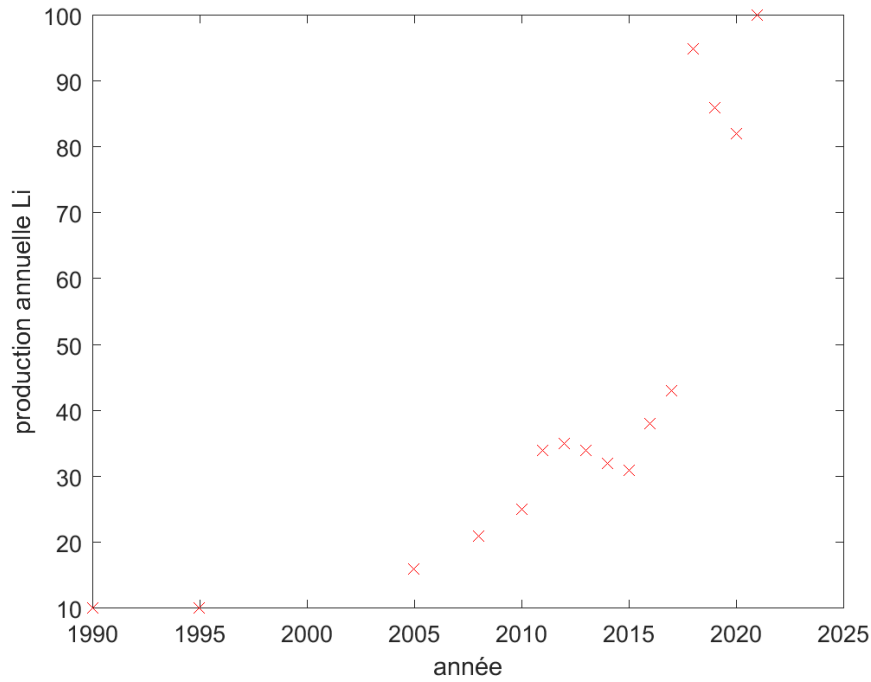


Figure III.1: Evolution de la disponibilité en Lithium en considérant différentes valeurs pour la réserve

- 5.1 Evaluons l'ordre de grandeur du besoin si 800 millions de voitures électriques sont en activité en 2040 (prévision BloombergNEF) en supposant 400 millions de *Zoé* et 400 millions de *Tesla Model 3* pour faire simple. Combien de millions de tonnes de Li sont nécessaires ? Combien de batteries (contenant une masse moyenne de 11.6kg de lithium) pourrait-on produire en épuisant totalement la ressource de 21Mt (scénario hyper optimiste) ?
- 5.2 Considérons maintenant que la durée de vie du parc de batteries électriques est de 10 ans. Pour simplifier le calcul, on considère que l'on fabrique annuellement 80 millions de batteries pour voitures à partir de 2030. En 2040, on aura donc 800 millions de voitures électriques (et donc de batteries) en circulation (conformément à la prévision BloombergNEF). On suppose que toutes les batteries électriques produites avant 2030 sont arrivées en fin de vie sans possibilité de recyclage. On fait l'hypothèse que les prospections de lithium ont permis de compenser les extractions et que la réserve prouvée en 2030 est telle que $R(2030) = R(2021) = 21\text{Mt}$ et n'évolue plus (plus de prospections de nouveaux gisement ou prospection infructueuse). Quelle est la réserve disponible en 2040 en négligeant toute autre utilisation de Li pour d'autres applications ?
- 5.3 En déduire au bout de combien de temps la réserve est épuisée.

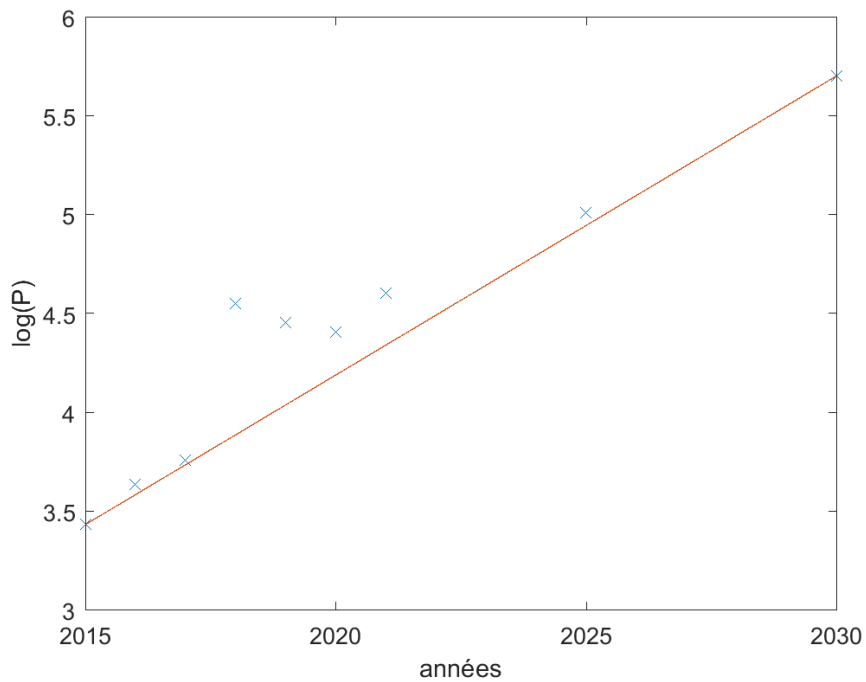
Solution de l'exercice III.1

1. $t_{fin} = 21/0.1 = 210\text{ans}$. Attention aux puissances de 10 entre les Mt et les kt...



2.

On obtient une tendance exponentielle.



3. 3.1

Le graphique de $\ln P(N)$ et fonction de l'année N est une droite ce qui confirme la tendance exponentielle observée à la question 2. Sur la base des valeurs en 2015 et 2030, on trouve une pente

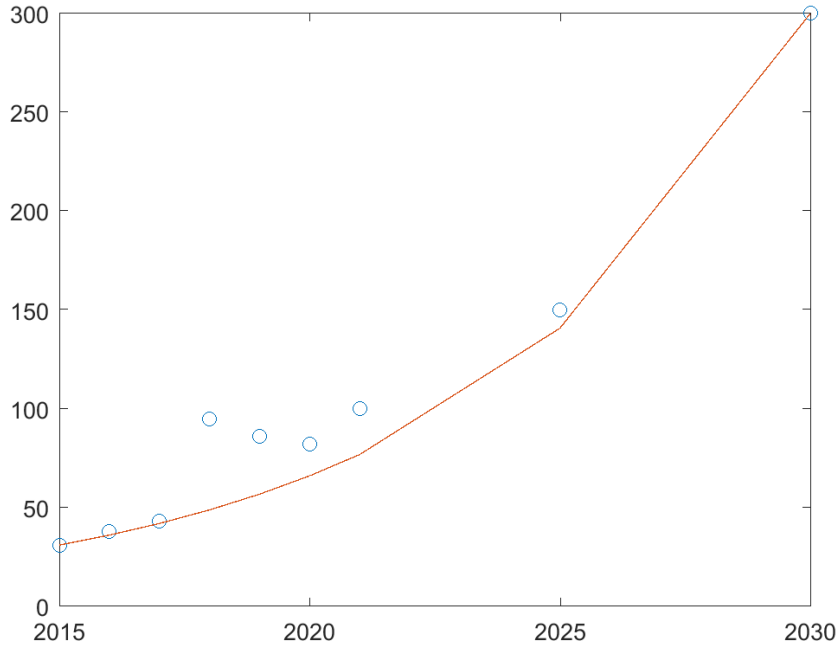
$$a = \frac{\ln P(2030) - \ln P(2015)}{2030 - 2015} = 0.1513 \quad (\text{III.2})$$

Le calcul de la pente par la méthode des moindres carrés (courbe de tendance) donne une pente de 0.1423 (l'ordre de grandeur est conservé). Toute la correction est basée sur cette première estimation ($a = 0.1513$).

3.2 On observe $\ln P(N) = a(N - N_0) + b$ avec a la pente calculée précédemment et $b = \ln P(N_0)$ le logarithme de la production à l'année $N_0 = 2015$. On en déduit (voir méthode introduite dans le TD sur l'anthropocène, section I):

$$\begin{aligned} P(N) &= \exp((a(N - N_0) + \ln P(N_0))) \\ &= P(N_0) \exp((a(N - N_0))) \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

La comparaison du modèle calé (courbe exponentielle) sur les observations montre une bonne cohérence du modèle.



Année	2030	2035	2038	2040	2043	2046	2048	2050
3.3 Production (Mt)	0.30	0.64	1.01	1.36	2.15	3.38	4.57	6.19
Durée (an)	70.0	32.8	20.9	15.4	9.8	6.2	4.6	3.4

La production de 2030 est multipliée par 10 à l'horizon 2046. On peut faire le calcul analytiquement de N_d (l'année du doublement) à partir de l'expression exponentielle:

$$\begin{aligned} \ln P(N_d) &= a(N_d - N_0) + \ln P(N_0) \\ \ln P(N_d) - \ln P(N_0) &= a(N_d - N_0) \\ \ln \left(\frac{P(N_d)}{P(N_0)} \right) &= a(N_d - N_0) \\ N_d &= N_0 + \frac{1}{a} \ln \left(\frac{P(N_d)}{P(N_0)} \right) \\ N_d &= 2015 + \frac{1}{0.1513} \ln \left(\frac{10 \times P(20230)}{0.031} \right) \\ &= 2045 \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

- 3.4 – On suppose que la production est stabilisée au niveau de 2050 : $P(2050) = 6.19\text{Mt}$
- On suppose que les prospections ont permis de découvrir de nouveaux gisements compensant les prélèvements de 2021 à 2050 donc $R(2050) = R(2021) = 21\text{Mt}$.

- Dans ces conditions, l'épuisement des réserves est atteint en $21\text{Mt}/6.19\text{Mt} = 3.4\text{ans}$ soit entre 2053 et 2054.

Remarque : Le modèle de croissance exponentielle de la production (et de la consommation) abouti obligatoirement à un épuisement de la ressource à court/moyen terme. La technologie batterie Li-ion ne peut donc être pérenne aux vues de la comparaison de la demande avec les réserves. Les produits basés sur cette technologie ne peuvent donc pas non plus être pérenne à moins de la mise en place d'une technologie de substitution ou d'une modification significative de la demande.

4. 4.1 - En $N_0 = 2021$, la réserve restante est $R(N_0) = 21\text{Mt}$.
 - En $N = 2022 = N_0 + 1$, la production est $P(N_0 + 1) = P(2022) = 0.09\text{Mt}$ et donc la réserve restante est:

$$\begin{aligned} R(2022) = R(N_0 + 1) &= R(N_0) - P(N_0 + 1) \\ &= 21 - 0.09 = 20.91\text{Mt} \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

- En $N = 2023 = N_0 + 2$, la production est $P(N_0 + 2) = P(2023) = 0.10\text{Mt}$ et donc la réserve restante est:

$$\begin{aligned} R(2023) = R(N_0 + 2) &= R(N_0 + 1) - P(N_0 + 2) \\ &= R(N_0) - P(N_0 + 1) - P(N_0 + 2) \\ &= 21 - 0.09 - 0.10 = 20.81\text{Mt} \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

- En $N = 2024 = N_0 + 3$, la production est $P(N_0 + 3) = P(2024) = 0.12\text{Mt}$ et donc la réserve restante est:

$$\begin{aligned} R(2024) = R(N_0 + 3) &= R(N_0 + 2) - P(N_0 + 3) \\ &= R(N_0) - P(N_0 + 1) - P(N_0 + 2) - P(N_0 + 3) \\ &= 21 - 0.09 - 0.10 - 0.12 = 20.69\text{Mt} \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

On observe que

$$\begin{aligned} R(N_0 + i) &= R(N_0) - P(N_0 + 1) - \dots - P(N_0 + i) \\ &= R(N_0) - \sum_{k=1}^i P(N_0 + k) \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

4.2 On obtient un épuisement total de la ressource en 2046 en considérant la réserve prouvée et 2056 avec la réserve supposée. Cet épuisement des ressources à horizon 30ans est nettement plus pessimiste (mais réaliste) par rapport à l'estimation de la question 1.

4.3 L'augmentation de 323% de la réserve initiale permet d'augmenter la "durée avant épuisement" de la ressource de $24 = 2046 - 2022$ à $34 = 2056 - 2022$ ans. La "durée" a donc augmenté de $42\% = (34 - 24)/24$. La faible variation de la durée comparativement à la variation de la quantité de Lithium disponible que la justesse de l'estimation de la réserve initiale est peu importante avec un modèle d'exploitation exponentiel.

5. 5.1 Pour 800 millions de voitures électriques (équité-réparties entre *Zoé* et *Tesla Model 3*), il faut:

$$\begin{aligned} m_{Zoe} &= 8.2 \times 400.10^6 = 3.28\text{Mt} \\ m_{Tesla} &= 15 \times 400.10^6 = 6\text{Mt} \\ m_{Total} &= 9.28\text{Mt} \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

En considérant une masse moyenne de Lithium par batterie de 11.6kg, la ressource de 21Mt permet de produire $21\text{Mt}/11.6\text{kg} = 1,8 \cdot 10^9$ batteries. C'est la limite maximale incompressible du nombre de batteries sur Terre (en utilisant la technologie Li-ion). Cette estimation fait abstraction de la durabilité d'une batterie (estimée à 10 ans) et de leur recyclabilité (qui reste faible aujourd'hui).

5.2 La réserve en 2040 correspond à celle de 2030 à laquelle est retranchée la masse de lithium nécessaire pour couvrir la production de batterie entre 2030 et 2040:

$$\begin{aligned} R(2040) &= R(2030) - m_{Total} \\ &= 21\text{Mt} - 9.28\text{Mt} = 11.7\text{Mt} \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

5.3 Tous les 10 ans, il faut re-fabriquer 800 millions de batteries et donc utiliser 9.28Mt de Lithium. La réserve diminue d'autant tous les 10ans et on abouti à son épuisement entre 2050 et 2060.

III.2 Pour aller plus loin

On propose de comparer l'évolution des ressources dans différents scénarios portant sur l'efficacité du recyclage et les besoins en batteries pour les véhicules électriques. Dans tous les cas, on part de l'hypothèse d'une réserve en 2040 de $R(2040) = 11,7\text{Mt}$.

	Besoin annuel en batterie	Recyclage (%)
Scénario 1	$B = 80 \cdot 10^6$ batteries/an	$r = 100\%$
Scénario 2	$B = 160 \cdot 10^6$ batteries/an	$r = 100\%$
Scénario 3	$B = 80 \cdot 10^6$ batteries/an	$r = 95\%$
Scénario 4	$B = 160 \cdot 10^6$ batteries/an	$r = 95\%$
Scénario 5	$B = 80 \cdot 10^6$ batteries/an	$r = 66\%$
Scénario 6	$B = 160 \cdot 10^6$ batteries/an	$r = 66\%$
Scénario 7	$B = 80 \cdot 10^6$ batteries/an	$r = 0\%$
Scénario 8	$B = 160 \cdot 10^6$ batteries/an	$r = 0\%$

Note : un besoin de 80 millions de batteries correspond à un besoin de 0.93Mt de lithium / an

Un besoin de 80 millions de batteries annuels, avec une durée de vie des batteries de 10 ans, correspond à 800 millions de véhicules en circulation (à partir de 2040). Tant que le besoin reste constant, cela implique que le nombre de véhicules sur Terre reste constant.

Un besoin annuel de 160 millions de batteries permet donc de couvrir le renouvellement des 80millions de véhicules arrivés chaque année en fin de vie à partir de 2040 et de continuer une croissance de la flotte totale de véhicules de 80millions par an. En 2050, on arrive donc à $800 + 800$ millions de véhicules ce qui est très proche de la limite potentielle déterminée à la question 5a (1,8 milliard de véhicules).

Le recyclage n'est mis en place qu'à partir de 2040 (il est donc supposé nul avant). Cela veut dire qu'à partir de 2041, on récupère en première approximation à l'année N une masse de Lithium correspondant à $r \times F_N$ où F_N représente la masse de Lithium contenue dans les batteries arrivées en fin de vie à l'année N . Les batteries arrivées en fin de vie à l'année N ont été produites 10 ans plus tôt d'où $F_N = B_{(N-10\text{ans})}$.

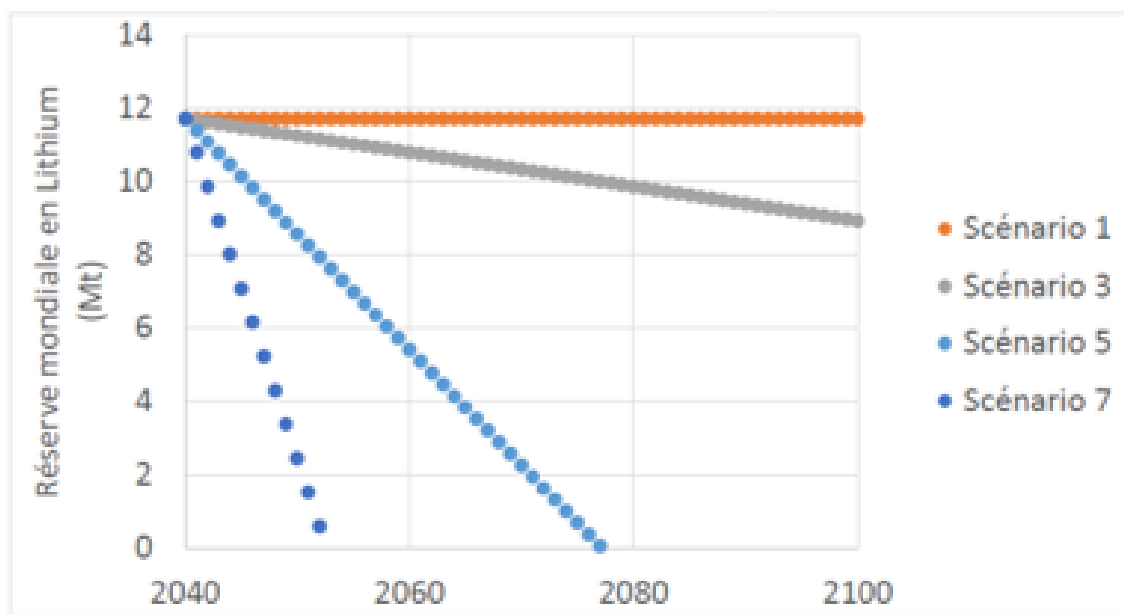
Par exemple, avec un recyclage de $r = 66\%$ et un besoin annuel $B = 80 \cdot 10^6$ batteries/an, on recycle en 2041 une masse de $66\% \times 0.93 = 0.62\text{Mt}$ et si le besoin et le taux de recyclage restent constant, on recycle $0.62\text{Mt}/\text{an}$.

Dans tous les cas, la réserve à l'année $N + 1$ se déduit de la réserve à l'année N par la formule :

$$R_{N+1} = R_N - Besoin_N + Recyclage_N \quad (III.11)$$

La somme $Besoin_N + Recyclage_N$ représente la masse de Lithium sortie des mines à l'année N .

III.2.1 Scénarios avec un besoin de 80 millions de batteries par an



Avec un recyclage à 100% (Scénario 1), on voit que la réserve reste constante à 11.7Mt = R (2040). C'est le scénario le plus favorable mais qui n'est possible que parce le recyclage compense les besoins.

- Cela n'est valable que parce que le besoin a été stabilisé (on ne veut pas plus de véhicules que les 800 millions existants). Hypothèse probablement fausse mais pour autant réalisable (sous réserve de mise en place de politiques ad-hoc et/ou d'une prise de conscience populaire massive).
- Cela suppose également un recyclage à 100% ce qui n'est jamais vrai en pratique.

Le scénario sans recyclage (Scénario 7) montre un épuisement des réserves en 2054 et ce malgré une stabilisation du nombre de voitures à 800 millions et donc des politiques volontaristes. On notera que le nombre actuel de véhicule dans le monde est d'environ 1.4 milliards⁴ pour une population de 7.7Milliards d'individus⁵. Ce scénario est le plus défavorable avec seulement 800 millions de voitures.

Un recyclage à 100% n'est jamais vrai en pratique ! On trouve des documents faisant état d'un recyclage à 95% des batteries Li-ion ce qui paraît optimiste car :

- Ce chiffre correspond à "95% de la masse d'une batterie Li-ion est recyclé, tous matériaux confondus". Il ne représente donc pas le taux de recyclage du Lithium qui représente environ 15kg pour une batterie de 350kg !

⁴<https://www.transitionsenergies.com/combien-voitures-monde/>

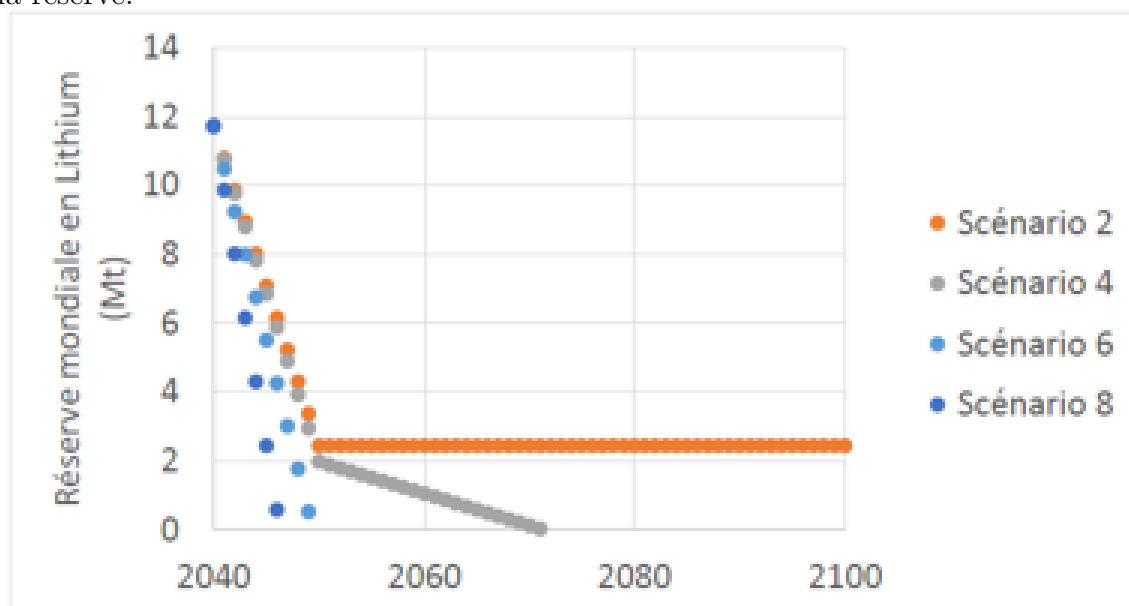
⁵<https://www.un.org/fr/global-issues/population>

- Par ailleurs, ce chiffre ne semble pas correspondre au résultat d'une filière industrielle mais plutôt à un calcul théorique sur la base des composants présents dans la batterie ou d'un test réel de recyclage d'une (de quelques) batterie(s). De plus, il ne prend pas en compte la question de la collecte.

Les scénarios 3 et 5 présentent les évolutions de la réserve avec des recyclages de 95% et 66% et un besoin annuel de 80 millions de voitures donc un nombre de voitures stabilisé à 800 millions. Dans les deux cas, on constate un épuisement des ressources à plus ou moins long terme. La durée de vie de la réserve étant totalement contrôlée par le taux de recyclage car on a bloqué le nombre de véhicules à 800 Millions. Les ingénieurs ont donc l'avenir dans leur main !

III.2.2 Scénarios avec un besoin de 160 millions de batteries par an

Ce scénario est basé sur une hausse des besoins en passant de 80 millions avant 2040 à 160 millions dès 2041 (profitant de la mise en place du recyclage). Si l'on considère que le besoin passe progressivement de 80 à 160 millions entre 2040 et 2050, les courbes (non présentées ici) restent très proches avec une augmentation d'environ 5 ans de l'épuisement de la réserve.



Avec un recyclage à 100% (Scénario 2), on voit que la réserve diminue de 2040 à 2050 puis reste constante à 2.4Mt = 11.7Mt–9.3Mt. Sur cette décennie, la réserve diminue car on produit 160 millions de batteries par an (et donc un besoin de 1.86Mt de Li par an) mais un recyclage de seulement 0.93Mt par an). C'est le scénario le plus favorable mais qui n'est possible que parce le recyclage compense les besoins à partir de 2050 mais on s'approche dangereusement d'une réserve nulle.

Le scénario sans recyclage (Scénario 8) montre un épuisement des réserves en 2047. Les scénarios 4 et 6 présentent les évolutions de la réserve avec des recyclages de 95% et 66% et un besoin annuel de 160 millions de voitures donc un nombre de voitures stabilisé à 1600 millions. Dans les deux cas, on constate un épuisement des ressources à court terme (avant 2100 !).

La comparaison des scénarios pairs (2, 4, 6 et 8 avec un besoin à 160 Millions de batteries par an) avec les scénario impairs (1, 3, 5 et 7 avec un besoin à 80 Millions de

batteries par an) montre que la réserve mondiale de Lithium sera obligatoirement épuisée d'ici une dizaine à une centaine d'années environ. La date de la fin dépend :

- du taux de recyclage mis en place (Peut-on réellement atteindre un recyclage à 95% ?)
- de la capacité des batteries (Peut-on obtenir le même service qu'actuellement avec une masse de Lithium plus réduite ?)
- de la durée de vie des batteries avant recyclage
- du nombre total de batteries nécessaire pour répondre aux besoins.

Si certaines questions sont clairement les problématiques de certains ingénieurs Polytech dans les années à venir, d'autres sont éminemment politiques où nous avons tous notre avis, notre levier d'action et notre responsabilité en tant que consommateur de ces technologies !

Appendix A

Annexe sur l'énergie

A.1 Rappels sur les notions d'énergie et de puissance

A.1.1 Énergie

L'énergie est associée à une grandeur physique dont l'unité légale est le joule.

Le joule (symbole J) est défini à partir des unités fondamentales du système international MKSA, selon l'équation aux dimensions $E = ML^2T^{-2}$ qui lie l'unité d'énergie E à celles de masse M (le kilogramme, kg), de longueur L (le mètre, m) et de temps T (la seconde, s). Le nom fait référence aux travaux du physicien anglais James Joule (1818-1889).

A.1.2 Puissance

La puissance est un débit d'énergie. On peut mesurer une puissance instantanée, par exemple la puissance maximale atteinte par une machine, ou bien considérer la puissance moyenne sur une durée donnée.

L'unité légale de puissance est le watt ($1W = 1Js^{-1}$). Le nom évoque le physicien écossais James Watt, (1736-1819).

A.2 Unités usuelles de l'énergie

A.2.1 La tonne d'équivalent pétrole

La tep ou tonne équivalent pétrole (toe en anglais pour *ton of oil equivalent*) est l'unité utilisée dans le contexte économique. Par définition $1tep = 4,1868 \cdot 10^{10}J$. L'unité tep correspond à l'énergie produite par la combustion d'une tonne de pétrole brut. Un baril de pétrole (159 litres) fournit environ 0,14tep.

A.2.2 Le kilo-watt-heure

Le kWh (kilo-watt-heure) est une unité commerciale d'énergie électrique. C'est l'énergie produite (ou consommée) en une heure par un générateur (ou un récepteur) de puissance moyenne égale à 1kW. Le kWh est l'unité employée par les entreprises industrielles et les compagnies françaises EDF, RTE et ERDF (Electricité de France, Réseau de Transport d'Electricité, et Electricité Réseau Distribution France). Les compteurs électriques et les

factures de consommation utilisent le kWh. Soulignons le fait qu'une énergie par jour ou par an mesure en réalité une puissance moyennée sur le jour ou l'année. Le tableau suivant résume quelques conversions d'unité à faire pour analyser et comparer les données statistiques :

$$\begin{array}{l|l|l} 1\text{tep} & = 11630\text{kWh} & = 4,1868 \cdot 10^{10}\text{J} \\ 1\text{Mtep} & = 11,630\text{TWh} & = 4,1868 \cdot 10^{16}\text{J} \end{array}$$

Ainsi pour un an soit 8760h :

$$\begin{array}{l|l} 1\text{kWh/an} & = 0,114\text{W} \\ 1\text{tep/an} & = 1,33\text{kW} \end{array}$$

A.2.3 La calorie

La calorie est l'unité d'énergie utilisée pour mesurer les échanges de chaleur. Une calorie (1cal = 4,181J) est l'énergie nécessaire pour élever la température d'un gramme d'eau de 15 à 16°C. Dans le domaine de la nutrition, l'unité qu'on désigne par calorie est de 1cal = 1kcal = 4180J.

A.2.4 L'électron-volt

L'électron-volt est l'énergie acquise par un électron accéléré par une tension électrique d'un volt. Compte tenu de la valeur de la charge électrique élémentaire, on a 1eV = 1,602.10⁻¹⁹J. C'est l'unité des bilans microscopiques d'énergie pour les réactions chimiques ou nucléaires. Dans le domaine des hautes énergies on emploie les unités dérivées avec les préfixes méga, giga ou téra, soit le MeV (10⁶eV), le GeV (10⁹eV) ou le TeV (10¹²eV).

A.3 Concentration d'énergie et rendement

A.3.1 Concentration

Les formes d'énergie que nous utilisons sont plus ou moins concentrées, selon la quantité de matière nécessaire pour les mettre en oeuvre. On est ainsi amené à distinguer trois niveaux de concentration, qui diffèrent considérablement l'un de l'autre, par un facteur situé entre 10⁴ et 10⁶. Nous illustrerons ce fait en examinant quelle masse de matière est en jeu pour extraire une énergie de 1kWh.

Les énergies nucléaires basées sur l'interaction forte sont les plus concentrées. Le kWh est associé à une masse de l'ordre du milligramme ou même moins. Pour produire 1kWh de chaleur, il faut dans une centrale nucléaire consommer par fission 10mg d'uranium naturel, contenant 0,7% d'uranium 235 fissile.

L'énergie gravitationnelle et les énergies mécaniques sont les énergies les plus diluées pour lesquelles le kWh est associé à des masses de l'ordre de 10 tonnes. Pour produire 1kWh d'énergie électrique dans une usine hydroélectrique dont le rendement est de 85%, il faut, sur une heure, faire chuter 10 tonnes d'eau d'une hauteur de 40m.

Le niveau intermédiaire, le plus courant, correspond aux diverses énergies de nature électromagnétique. Le kWh y est associé à des masses de l'ordre du kilogramme. Ces écarts considérables ont d'importantes conséquences en termes de conditions de mise en oeuvre et donc d'applications.

A.3.2 Rendement

Les problèmes de rendement sont en effet essentiels dans toute question énergétique, car ce qui compte en pratique n'est pas la puissance totale mise en jeu mais sa fraction utile pour tel ou tel usage. Dans la plupart des systèmes de conversion d'énergie, le rendement maximal est limité par des contraintes physiques indépassables, même avec les meilleurs ingénieurs du monde... Citons :

- Les machines thermiques (moteur, centrale nucléaire, centrale à charbon, ...) sont toujours basées sur un échange énergétique entre deux éléments ayant un écart de température. T_f est la température de l'élément froid, T_c celle de l'élément chaud ; les deux températures s'expriment en degrés Kelvin. La relation de Carnot permet de déterminer la valeur maximale du rendement :

$$\eta \leq 1 - \frac{T_f}{T_c} \quad (\text{A.1})$$

- La théorie de Betz pour les systèmes éoliens qui donne comme rendement maximal $\eta \leq 59\%$ (voir section A.4.2).

A ces limites théoriques s'ajoutent quasi-systématiquement des limites pratiques du fait que l'installation n'est jamais idéale (par exemple : effet des nuages ou de la saleté sur les panneaux solaires, variations de la température pour les machines thermiques, ...).

Pour toutes ces raisons, il importe de distinguer, par exemple pour une centrale thermique, la puissance thermique (dont dépend la consommation de carburant) de la puissance électrique envoyée sur le réseau qui dépend de la puissance thermique et du type d'installation. Les centrales thermiques, qu'elles soient nucléaires, au fioul, au gaz ou au charbon, n'ont qu'un rendement de 33 à 38% en électricité (du fait de la limite de Carnot principalement). C'est notamment sur ces éléments qu'on observe une confusion dans les discours des non-spécialistes qui comparent ainsi des choses non-comparables.

A.4 Quelques moyens de production d'énergie électrique

A.4.1 Puissance d'un panneau solaire

La puissance d'un panneau solaire correspond à sa capacité de production d'énergie. Elle s'exprime généralement pour 1m^2 , afin d'obtenir une taille de référence pour tous les modèles. L'unité de la puissance d'un panneau est le watt-crête (Wc) ou le kilowatt-crête (kWc). Elle indique la puissance électrique maximale qu'un panneau peut fournir dans des conditions idéales (fort niveau d'ensoleillement, température de 25°C , inclinaison à 30° , plan du panneau orthogonal aux rayons du soleil, absence d'ombre et de saleté). En conditions réelles, cette puissance est forcément inférieure à celle qui est mesurée en laboratoire, puisque les meilleures conditions possibles ne peuvent généralement pas être toutes réunies (et encore moins sur une journée entière). On applique un taux de dégradation d'au moins 10% dès que les conditions ne sont pas idéales. La production annuelle d'électricité est donnée par:

$$E = h \times (1 - \tau) \times P_c \quad (\text{A.2})$$

où E est la production annuelle d'électricité, h la durée d'ensoleillement annuelle, τ le taux de dégradation et P_c la puissance crête du panneau solaire installé.

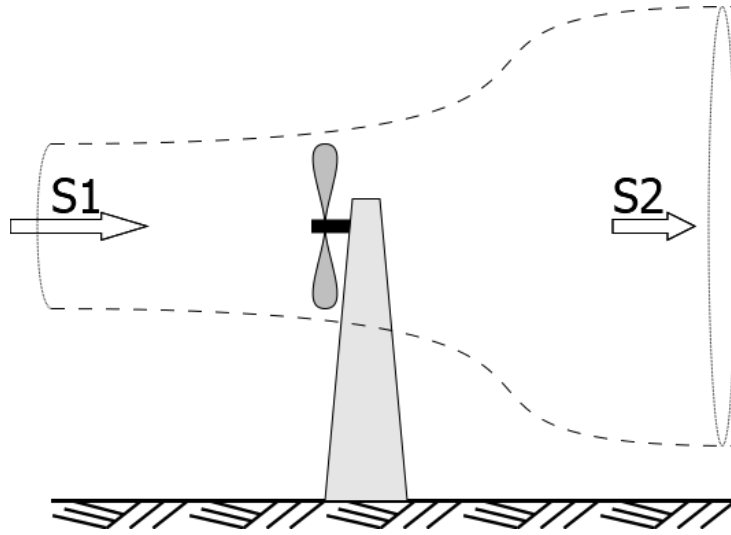


Figure A.1: Représentation schématique de l'écoulement d'air autour d'une éolienne

Exemple de calcul de la production d'électricité annuelle pour un panneau solaire (1m^2) :

- L'installation photovoltaïque est installée dans une zone où l'ensoleillement est de 1 300 heures par an
- La puissance-crête du panneau solaire est de 300Wc
- Etant donné l'ombrage et les variations de températures (en dessous de 25°C), le taux de dégradation à appliquer est de 10%.

Dans cet exemple, on déduit qu'un panneau de 1m^2 ayant une puissance crête de $300\text{Wc}/\text{m}^2$ produit annuellement $P = 1300 \times (1 - 10\%) \times 300 = 351\text{kWh}/\text{m}^2$.

A.4.2 Principe de fonctionnement d'une éolienne

Une éolienne capte l'énergie cinétique du vent et la convertit en un couple qui fait tourner les pales du rotor. Quand une masse d'air m traverse l'éolienne à une vitesse v , cette masse dispose d'une énergie $E_c = 1/2mv^2$. $Q = Sv$ est le débit volumique traversant l'éolienne de section S et $Q_m = \rho_{air}Sv$ est le débit massique correspondant à la masse traversant l'éolienne à chaque seconde. La puissance instantanée du vent s'écrit donc:

$$\begin{aligned}
 P_{vent} &= \frac{E_c}{t = 1s} \\
 &= \frac{1}{2}Q_m v^2 \\
 &= \frac{1}{2}\rho_{air}Sv^3
 \end{aligned}
 \tag{A.3}$$

La théorie de Betz permet de calculer la proportion de la puissance du vent que l'éolienne intercepte. La présence de l'éolienne induit nécessairement un ralentissement du vent: $0 < v_2 < v_1$, et du fait de l'incompressibilité de l'air et de la constance du débit, on en déduit que : $S_2 > S > S_1$. En partant des relations classiques de la mécanique (puissance et force) et de la différence d'énergie entre l'entrée et la sortie du système, on

démontre que la puissance récupérée sur l'éolienne est maximale quand le rapport des vitesses avant et après l'éolienne vaut:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{3} \quad (\text{A.4})$$

Dans une telle configuration, cela donne une puissance maximum de:

$$\begin{aligned} P_{max} &= \frac{16}{27} P_{vent} \\ &= 0,59 P_{vent} = P_{Betz} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Seul 59% de la puissance cinétique du vent peut donc être récupérée par l'éolienne.

Pour caractériser une éolienne, il est habituel d'annoncer la puissance maximale qu'elle peut fournir en électricité (en supposant un vent constant à la vitesse maximale). Or la vitesse du vent n'est jamais constante et la puissance du vent varie avec le cube de sa vitesse. La puissance moyenne récupérée est donc nettement moins importante que la puissance maximale théorique.

A cause de la théorie de Betz et de la fluctuation du vent, on admet que le rendement d'une éolienne est au mieux de 40% pour les éoliennes en mer et de 30% pour les éoliennes terrestres.

Appendix B

Annexe sur les ressources minérales