

# Modélisation surfacique

## Partie I : Représentation de surfaces

Ulysse Vimont

Équipe Imagine - Inria, LJK, INPG

2015-2016

1 Introduction

2 Modèles volumiques

3 Modèles surfaciques

4 Bilan

- 1 Introduction
  - Objectifs du cours
  - Surfactive vs Volumique
  - Continu vs Discret

2 Modèles volumiques

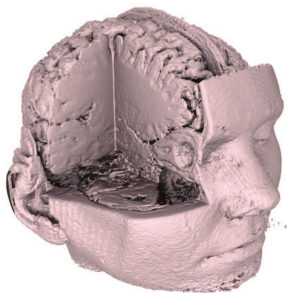
3 Modèles surfaciques

4 Bilan

# Objectifs du cours

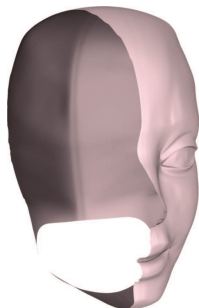
- définition d'une grille d'analyse pour les modèles de représentation d'objets
- présentation de différents modèles
- comparaison de ces modèles

# Surfacique vs Volumique



Volumique :

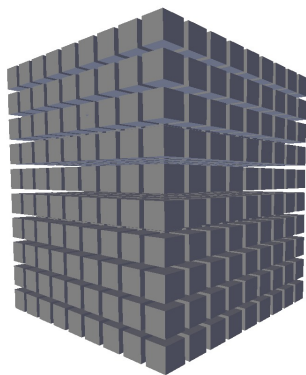
- le modèle contient de l'information en chaque point d'une partie de l'espace



Surfacique :

- le modèle contient de l'information en un sous-ensemble de l'espace : une surface

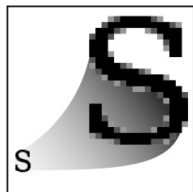
# Un peu de calcul



## Exercice

Calculer le volume de données pour représenter un cube de  $1000 \times 1000 \times 1000$  (où chaque élément contient un double) pour un modèle volumique, et pour un modèle surfacique. Comparer à la mémoire vive d'une machine standard.

# Continu vs discret



**Raster**  
.jpeg .gif .png



**Vector**  
.svg

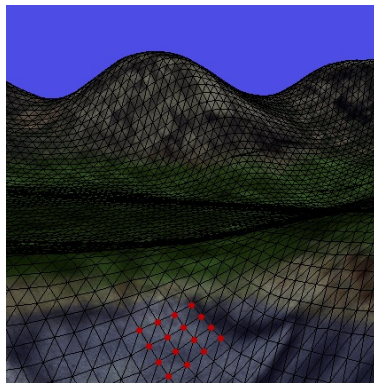
Discret :

- le modèle utilise des primitives localisées, en quantité dénombrable et bornée.
- représentation non lisse
- niveau de détail limité

Continu :

- le modèle utilise des primitives étendues
- résultat potentiellement lisse
- niveau de détail extensible (multirésolution)

## Un peu de calcul (bis)



### Exercice

Calculer le volume de données pour représenter la surface d'un terrain de  $10 \times 10 \text{ km}^2$  à une résolution de  $10 \text{ cm}^2$ .



## 1 Introduction

## 2 Modèles volumiques

- CSG
- Surface implicite
- Blobtree
- Surface de convolution
- Énumération spatiale

## 3 Modèles surfaciques

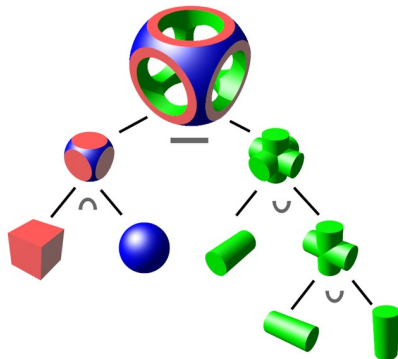
## 4 Bilan

## Principe

Assembler des primitives simples grâce à des opérations booléennes.

Arbre d'évaluation :

- primitives terminales :
  - ▶ demi-plan ( $p_x(X) > \alpha$ )
  - ▶ sphère ( $\|X\| < \rho$ )
  - ▶ cylindre ( $\|p_{x,y}(X)\| < \rho$ )
  - ▶ ...
- primitives intermédiaires :
  - ▶ union ( $\cup$ )
  - ▶ intersection ( $\cap$ )
  - ▶ différences ( $\setminus$ )
  - ▶ ...



Plus :

- définition mathématique
- CAO (usinage)
- simplicité d'implémentation (ray-tracer)

Moins :

- faible liberté de forme
- non représentabilité des objets complexes, organiques
- information non empirique

Utilisé dans Solidwork, Pov-Ray, ...

## Exercice

On dispose de deux fonction booléennes  $I_A, I_B : \mathbb{R}^3 \rightarrow \{0, 1\}$ . Trouver  $I_{A \cup B}$ ,  $I_{A \cap B}$ , et  $I_{A \setminus B}$ .

# Surface implicite

## Principe

On décrit la surface comme l'isopotentielle d'une fonction scalaire de l'espace.

On prend une fonction scalaire de l'espace :

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

La surface est définie implicitement par une équation ouverte :

$$S = f^{-1}(cst) = \{X \in \mathbb{R}^3 | f(X) = cst\}$$



# Surface implicite

Plus :

- définition mathématique
- mélange
- formes "bloby"
- conversion en maillage
- définition de la normale (gradient)

Moins :

- paramétrisation
- contrôle de la topologie
- effacement des détails

*Très utilisé pour représenter les fluides (approche lagrangienne).*

## Exercice

Trouver une fonction  $f$  représentant une sphère de centre  $C$  et de rayon  $\rho$  à l'isopotentielle 0.

Démo Blender.

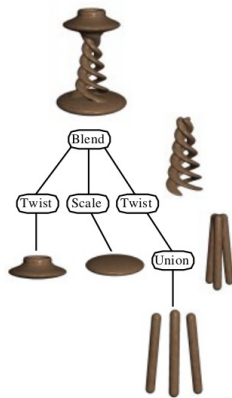
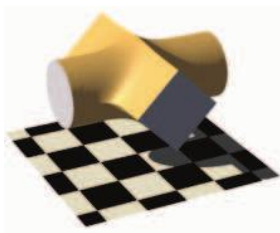
# Blobtree

## Principe

La surface est assemblée à partir de primitives implicites et d'opérateurs de déformations.

Analogie avec le CSG-tree, avec en plus :

- blending
- warping
- ...



Similaire aux surfaces implicites simples, avec une plus grande facilité d'édition.

## Exercice

Trouver l'équation du blend et du twist.

# Surface de convolution

## Principe

La surface est déduite d'un squelette par convolution avec un noyau à support compact.



Cas particulier de surface implicite où  $f = k * s$  et :

$$\left\{ \begin{array}{l} k \text{ est une fonction à support compact} \\ S \text{ est une fonction type "dirac"} \end{array} \right.$$

Cf. théorie des distribution.



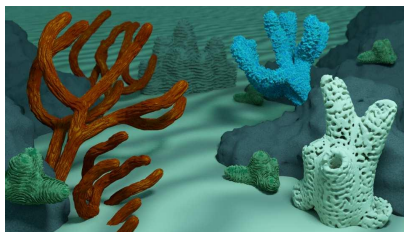
# Surface de convolution

Plus :

- facilité d'édition
- extension pour rayon variable
- étendue spatiale limitée

Moins :

- comme les surfaces implicites
- problème du bulge



## Exercice

Trouver un exemple de fonction à support compact.

# Énumération spatiale

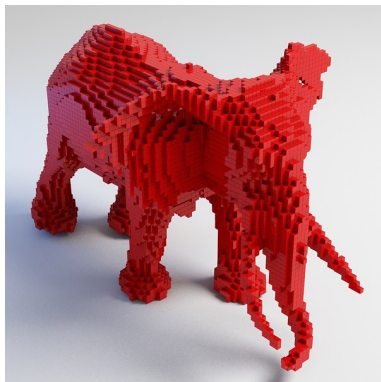
## Principe

On définit une propriété donnée de l'objet à représenter dans un ensemble de points de l'espace (grille 3D).

*Modèle discret.*

Différentes propriétés :

- booléen (intérieur / extérieur)
- entier (couleur)
- double (coefficient d'absorption)



# Énumération spatiale

Plus :

- topologie arbitraire
- donnée naturelle, mesurable (scanner CT, IRM, échantillonnage d'une fonction de potentielle scalaire...)
- rendu volumique par absorption / émission
- données représentables de manière creuse

Moins :

- volume de données
- création de données
- caractère surfacique (réflexion, ...)
- anisotropie liée à la grille

Utilisé en imagerie médicale, en simulation de fluide (champs eulerien), et pour certaines applications de sculptures virtuelles.

## 1 Introduction

## 2 Modèles volumiques

## 3 Modèles surfaciques

- Représentation paramétrique
- B-rep
- Nuages de points
- Maillages
- Surfaces de subdivision
- Heightfield

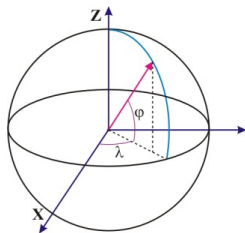
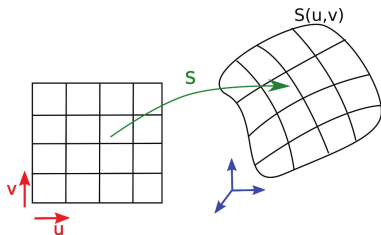
## 4 Bilan

# Représentation paramétrique

## Principe

La surface est donnée directement par une équation paramétrique calculable.

- On définit un mapping de l'espace des paramètres, qu'on peut ensuite échantillonner.
- Conversion en maillage.
- Donnée explicite.



# Représentation paramétrique

Plus :

- surface paramétrée  
(coordonnées de texture, ...)
- conversion en maillage

Moins :

- donnée non intuitive (équation)
- variété des objets  
représentables

## Exercice

Calculer l'équation de la surface de révolution de la courbe  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

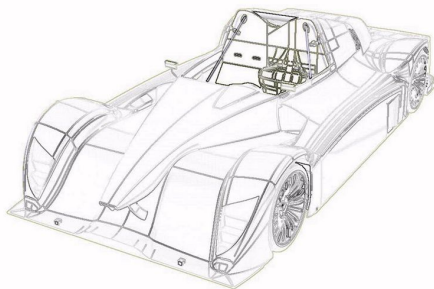
# B-rep

## Principe

La surface est définie par un ensemble de patch se raccordant de manière lisse.

Patches :

- Coons
- Béziérs / Nurbs



# B-rep

Plus :

- raccords  $C^i$  entre patchs
- peu de degrés de contrôles
- standards industriels
- niveau de détail / lissité

Moins :

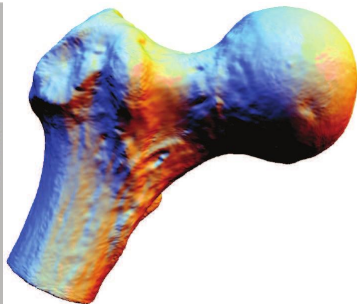
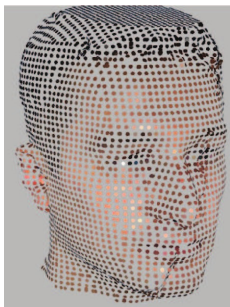
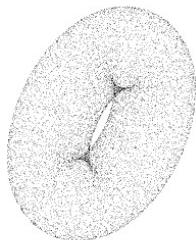
- pouvoir représentatif
- contrôlabilité



# Nuages de points

## Principe

La surface est définie par un ensemble de points supposés être dessus.



# Nuages de points

Plus :

- donnée simple et compacte
- visualisation

Moins :

- structure / information topologique
- densité nécessaire

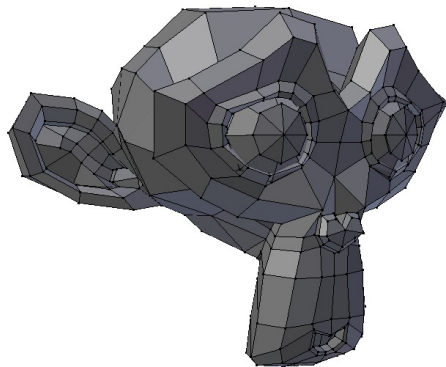


# Maillages

## Principe

La surface est composée d'un ensemble de polygones s'appuyant sur un nuages de points.

- technique universellement utilisé
- approximation d'ordre 1 d'une surface



# Maillages

## Plus :

- stockage informatique (point + connectivité)
- rapidité de visualisation (rasterisation)
- liberté de forme et de topologie
- définition d'une géométrie discrète (voisinage, courbure)
- interpolation de caractéristiques sur la surface

## Moins :

- polygone = donnée non naturelle
- résultats anguleux
- manipulation / changement de topologie
- trous

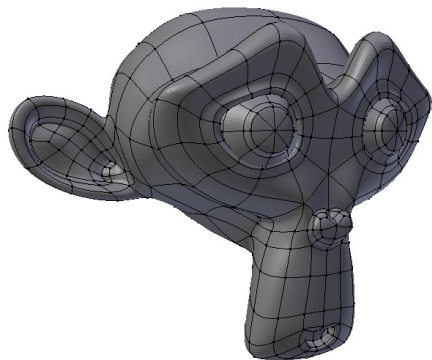
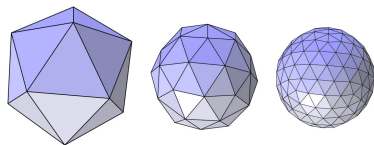
Demo Blender.

# Surfaces de subdivision

## Principe

Un maillage est raffiné autant de fois que nécessaire dans le but d'en augmenter la résolution.

Chaque face est transformée en plusieurs faces plus petites.



# Surfaces de subdivision : schéma de Catmull-Clark

- 1 remplacer chaque face par un point en son barycentre
- 2 remplacer chaque segment par un point en son milieu
- 3 placer chaque point original  $P$  en :

$$\frac{F + 2N + (n - 3)P}{n}$$

où :

- ▶  $F$  est le barycentre des points voisins de  $P$  ajoutés à l'étape 1
- ▶  $N$  est le barycentre des points voisins de  $P$  ajoutés à l'étape 2
- ▶  $n$  est le nombre de ces voisins

Demo Blender.

nb : il existe bien d'autres schémas de subdivision :

- Loop
- $\sqrt{3}$ -Kobbelt
- Butterfly (interpolation)

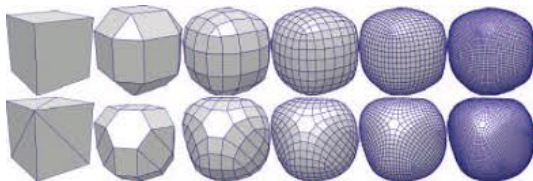
# Surfaces de subdivision

Plus :

- représentation au niveau de détail adaptée
- donne un aspect lisse à des objets anguleux (convergence  $G^2$  presque partout)

Moins :

- fortement dépendant du maillage initial
- raccords entre niveaux de détails différents



# Heightfield

## Principe

L'altitude de la surface est définie en chaque point d'une grille.

- représentation matricielle
- utilisé pour les terrains
- utilisé pour les détails géométriques d'une surface





# Heightfield

Plus :

- pas de topologie à encoder
- simple à éditer (Gimp)
- méthodes de générations de bruits procéduraux

Moins :

- structure rigide (rotation, mise à l'échelle ?)
- niveau de détail fixé
- topologie fixe (pas d'arches, de grottes)

## Exercice

Trouver une manière de représenter les surplombs avec un champs de hauteur modifié.

- 1 Introduction
- 2 Modèles volumiques
- 3 Modèles surfaciques
- 4 Bilan**

# Conclusion

Pour résumer :

- les modèles *volumiques* sont adaptée à :
  - ▶ la représentation d'objets à la topologie quelconque
  - ▶ un mode de visualisation off-line (pour l'instant)
- les modèles *surfaiques* sont adaptée à :
  - ▶ la représentation d'objets à la topologie fixe
  - ▶ un mode de visualisation on-line (rasterisation)
- les modèles *continus* sont adaptée à :
  - ▶ la représentation d'objets lisses
  - ▶ la représentation d'objets multirésolution
- les modèles *discrets* sont adaptée à :
  - ▶ la représentation du modèle dans un ordinateur
  - ▶ la visualisation efficace de ce modèle

Fin !

