TP4 : Courbes de Subdivision

L'objectif de ce TP est d'implémenter plusieurs méthodes permettant de définir des courbes de subdivision.

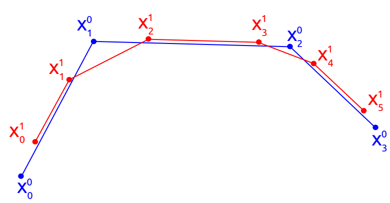
Le TP est à faire en binôme. Le rendu se fait sous la forme d'un mini rapport à envoyer par mail à `ulysse.vimont@inria.fr`.

Rappel

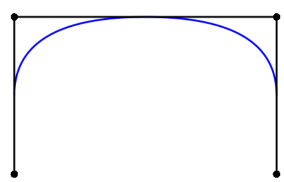
Courbes de subdivision : Courbes limites d'un procédé récursif partant d'un polygone de contrôle, et doublant le nombre de points de contrôle à chaque étape de subdivision. On part de d points $\mathbf{x_0^0}, \ldots, \mathbf{x_{d-1}^0}$. On calcule les points $(\mathbf{x_i^n})$ via shéma de subdivisions.

Courbes de Chaikin

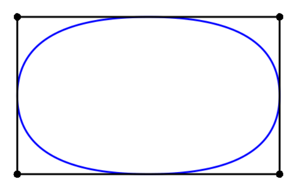
$$\begin{cases} \mathbf{x_{2i}^{n+1}} = \frac{3}{4}\mathbf{x_i^n} + \frac{1}{4}\mathbf{x_{i+1}^n} \\ \\ \mathbf{x_{2i+1}^{n+1}} = \frac{1}{4}\mathbf{x_i^n} + \frac{3}{4}\mathbf{x_{i+1}^n} \end{cases} \tag{1}$$



Première itération de Chalkin



Courbe ouverte



Courbe fermée

Schéma à 4 points

$$\begin{cases} \mathbf{x_{2i}^{n+1}} = \mathbf{x_i^n} \\ \\ \mathbf{x_{2i+1}^{n+1}} = \frac{1}{16}\left(-\mathbf{x_{i-1}^n} + 9\mathbf{x_i^n} + 9\mathbf{x_{i+1}^n} - \mathbf{x_{i+2}^n}\right) \end{cases} \tag{2}$$

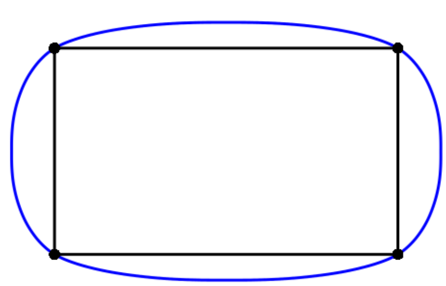


Figure 1: Illustration du shéma à quatre points

Schéma à 4 points généralisé

$$\begin{cases} \mathbf{x_{2i}^{n+1}} = \mathbf{x_i^n} \\ \mathbf{x_{2i+1}^{n+1}} = -\frac{\epsilon}{8}\left(\frac{\mathbf{x_{i-1}^n} + \mathbf{x_{i+2}^n}}{2}\right) + \left(\frac{8+\epsilon}{\epsilon}\right)\left(\frac{\mathbf{x_i^n} + \mathbf{x_{i+1}^n}}{2}\right) \end{cases} \tag{3}$$

pour $\epsilon \in]0, 1]$.

Corner-Cutting

$$\begin{cases} \mathbf{x_{2i}^{n+1}} = (1-a)\,\mathbf{x_i^n} + a\mathbf{x_{i+1}^n} \\ \mathbf{x_{2i+1}^{n+1}} = (1-b)\,\mathbf{x_i^n} + b\mathbf{x_{i+1}^n} \end{cases} \tag{4}$$

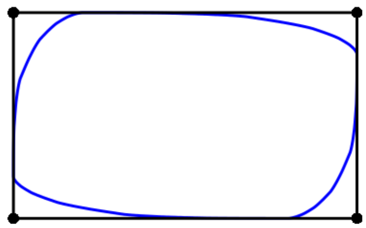


Figure 2: Illustration du Corner-Cutting

Travail demandé

1. Implémenter les trois méthodes de subdivision énoncées. Les implémentations doivent pouvoir gérer des courbes fermées et des courbes ouvertes.
2. Pour le schéma à quatre points généralisé, faites varier ϵ et trouvez lui une interprétation.
3. Concernant la méthode du Corner-Cutting vous testerez les coefficients a et b tels que :
   (a) $b = 1 - a$
   (b) $b \neq 1 - a$

   Qu'observez vous ? Quelle interprétation donner à a et b ?
4. Chalkin et Corner cutting sont des schémas dit approximants, tandis que le schéma à quatre points est interpolant. Comment expliquez vous cette distinction ?