

Modélisation surfacique

Partie I : Représentation de surfaces

Ulysse Vimont

Inria, Équipe Imagine

2014-2015

1 Introduction

2 Modèles volumiques

3 Modèles surfaciques

4 Bilan

- 1 Introduction
 - Objectifs du cours
 - Surfactive vs Volumique
 - Continu vs Discret

2 Modèles volumiques

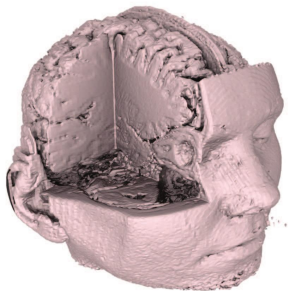
3 Modèles surfaciques

4 Bilan

Objectifs du cours

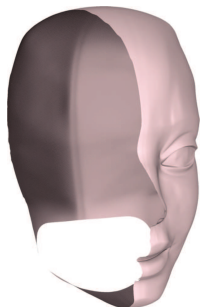
- définition d'une grille d'analyse pour les modèles de représentation d'objets
- présentation de différents modèles
- comparaison de ces modèles

Surfacique vs Volumique



Volumique :

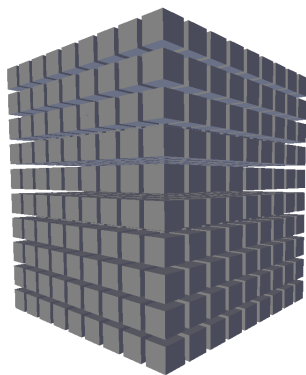
- le modèle contient de l'information en chaque point de l'espace



Surfacique :

- le modèle contient de l'information en un sous-ensemble de l'espace apparenté à une surface
- le modèle volumique contient des données visuelles, le modèle surfacique des positions en plus

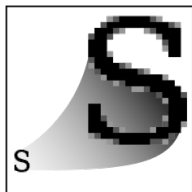
Un peu de calcul



Exercice

Calculer le volume de données pour représenter un cube de $1000 \times 1000 \times 1000$ (où chaque élément contient un double) pour un modèle volumique, et pour un modèle surfacique. Comparer à la mémoire vive d'une machine standard.

Continu vs discret



Raster
.jpeg .gif .png



Vector
.svg

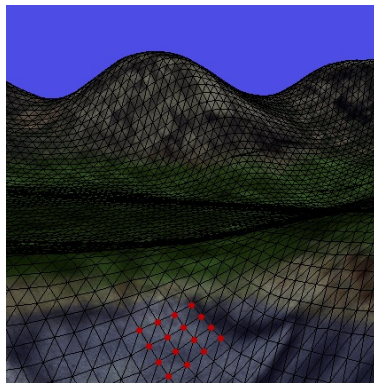
Discret :

- le modèle utilise des primitives localisées, en quantité dénombrable et bornée.
- représentation non lisse
- niveau de détail limité

Continu :

- le modèle utilise des primitives étendues
- résultat potentiellement lisse
- niveau de détail extensible (multirésolution)

Un peu de calcul (bis)



Exercice

Calculer le volume de données pour représenter la surface d'un terrain de $10 \times 10 \text{ km}^2$ à une résolution de 10 cm^2 .

1 Introduction

2 Modèles volumiques

- CSG
- Surface implicite
- Blobtree
- Surface de convolution
- Énumération spatiale

3 Modèles surfaciques

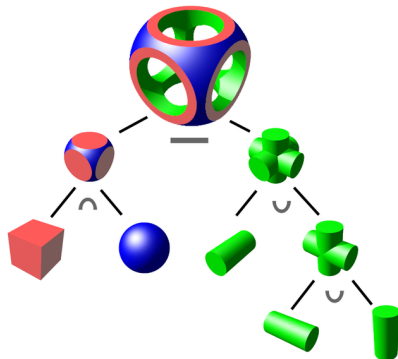
4 Bilan

Principe

Assembler des primitives simples grâce à des opérations booléennes.

Arbre d'évaluation :

- primitives terminales :
 - ▶ demi-plan ($p_x(X) > \alpha$)
 - ▶ sphère ($\|X\| < \rho$)
 - ▶ cylindre ($\|p_{x,y}(X)\| < \rho$)
 - ▶ ...
- primitives intermédiaires :
 - ▶ union (\cup)
 - ▶ intersection (\cap)
 - ▶ différences (\setminus)
 - ▶ ...



Plus :

- définition mathématique
- CAO (usinage)
- simplicité d'implémentation (ray-tracer)

Moins :

- faible liberté de forme
- non représentabilité des objets complexes, organiques
- information non empirique

Utilisé dans Solidwork, Pov-Ray, ...

Exercice

On dispose de deux fonction booléennes $I_A, I_B : \mathbb{R}^3 \rightarrow \{0, 1\}$. Trouver $I_{A \cup B}$, $I_{A \cap B}$, et $I_{A \setminus B}$.

Surface implicite

Principe

On décrit la surface comme l'isopotentielle d'une fonction scalaire de l'espace.

On prend une fonction scalaire de l'espace :

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

La surface est définie implicitement par une équation ouverte :

$$S = f^{-1}(cst) = \{X \in \mathbb{R}^3 | f(X) = cst\}$$



Surface implicite

Plus :

- définition mathématique
- mélange
- formes "bloby"
- conversion en maillage
- définition de la normale (gradient)

Moins :

- paramétrisation
- contrôle de la topologie
- effacement des détails

Très utilisé pour représenter les fluides (approche lagrangienne).

Exercice

Trouver une fonction f représentant une sphère de centre C et de rayon ρ à l'isopotentielle 0.

Démo Blender.

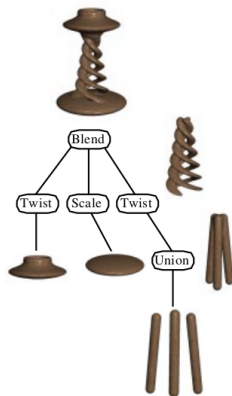
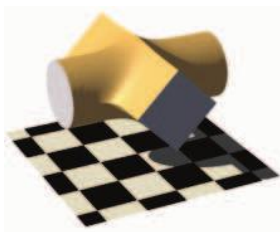
Blobtree

Principe

La surface est assemblée à partir de primitives implicites et d'opérateurs de déformations.

Analogie avec le CSG-tree, avec en plus :

- blending
- warping
- ...



Similaire aux surfaces implicites simples, avec une plus grande facilité d'édition.

Exercice

Trouver l'équation du blend et du twist.

Surface de convolution

Principe

La surface est déduite d'un squelette par convolution avec un noyau à support compact.



Cas particulier de surface implicite où $f = k * s$ et :

$$\left\{ \begin{array}{l} k \text{ est une fonction à support compact} \\ S \text{ est une fonction type "dirac"} \end{array} \right.$$

Cf. théorie des distribution.

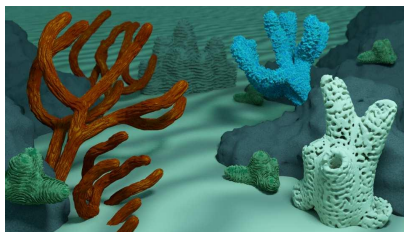
Surface de convolution

Plus :

- facilité d'édition
- extension pour rayon variable
- étendue spatiale limitée

Moins :

- comme les surfaces implicites
- problème du bulge



Exercice

Trouver un exemple de fonction à support compact.

Énumération spatiale

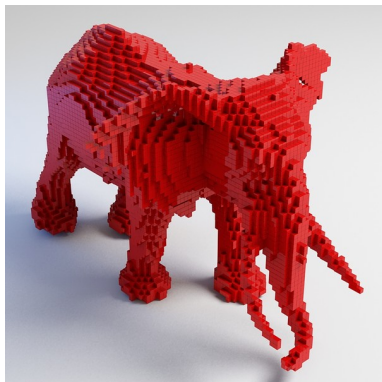
Principe

On définit une propriété donnée de l'objet à représenter dans un ensemble de points de l'espace (grille 3D).

Modèle discret.

Différentes propriétés :

- booléen (intérieur / extérieur)
- entier (couleur)
- double (coefficient d'absorption)



Énumération spatiale

Plus :

- topologie arbitraire
- donnée naturelle, mesurable (scanner CT, IRM, échantillonnage d'une fonction de potentielle scalaire...)
- rendu volumique par absorption / émission

Moins :

- volume de données
- création de données
- caractère surfacique (réflexion, ...)
- anisotropie liée à la grille

Utilisé en imagerie médicale, en simulation de fluide (champs eulerien), et pour certaines applications de sculptures virtuelles.

1 Introduction

2 Modèles volumiques

3 Modèles surfaciques

- Représentation paramétrique
- B-rep
- Nuages de points
- Maillages
- Surfaces de subdivision
- Heightfield

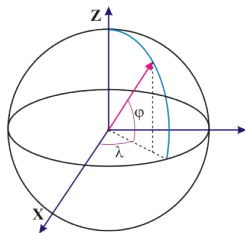
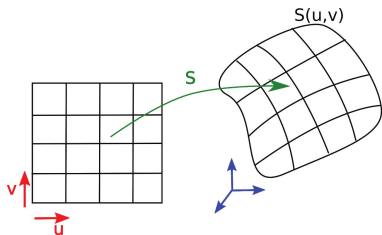
4 Bilan

Représentation paramétrique

Principe

La surface est donnée directement par une équation paramétrique calculable.

- On définit un mapping de l'espace des paramètres, qu'on peut ensuite échantillonner.
- Conversion en maillage.
- Donnée explicite.



Représentation paramétrique

Plus :

- surface paramétrée
(coordonnées de texture, ...)
- conversion en maillage

Moins :

- donnée non intuitive (équation)
- variété des objets
représentables

Exercice

Calculer l'équation de la surface de révolution de la courbe $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

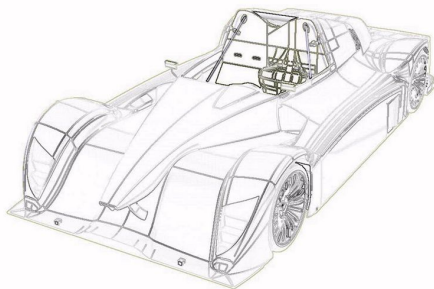
B-rep

Principe

La surface est définie par un ensemble de patch se raccordant de manière lisse.

Patches :

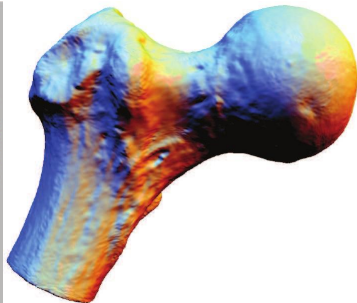
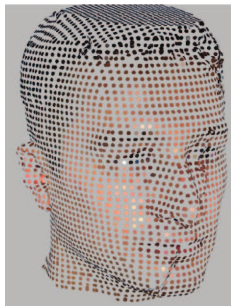
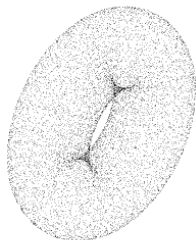
- Coons
- Béziers / Nurbs



Nuages de points

Principe

La surface est définie par un ensemble de points supposés être dessus.



Nuages de points

Plus :

- donnée simple et compacte
- visualisation

Moins :

- structure / information topologique
- densité nécessaire

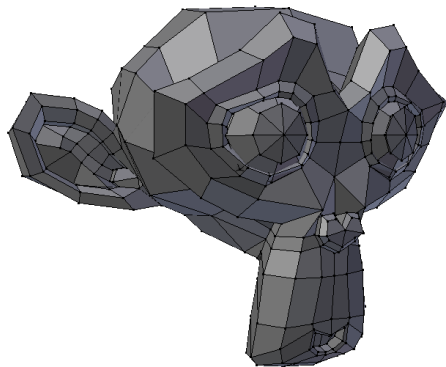


Maillages

Principe

La surface est composée d'un ensemble de polygones s'appuyant sur un nuages de points.

- technique universellement utilisé
- approximation d'ordre 1 d'une surface



Maillages

Plus :

- stockage informatique (point + connectivité)
- rapidité de visualisation (rasterisation)
- liberté de forme et de topologie
- définition d'une géométrie discrète (voisinage, courbure)
- interpolation de caractéristiques sur la surface

Moins :

- polygone = donnée non naturelle
- résultats anguleux

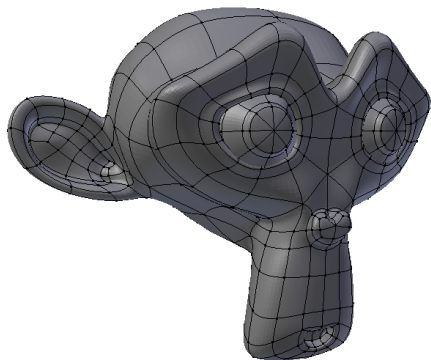
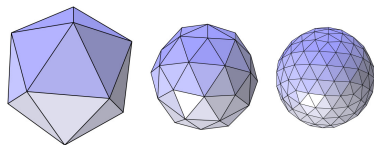
Demo Blender.

Surfaces de subdivision

Principe

Un maillage est raffiné autant de fois que nécessaire dans le but d'en augmenter la résolution.

Chaque face est transformée en plusieurs faces plus petites.



Surfaces de subdivision : schéma de Catmull-Clark

- 1 remplacer chaque face par un point en son barycentre
- 2 remplacer chaque segment par un point en son milieu
- 3 placer chaque point original P en :

$$\frac{F + 2N + (n - 3)P}{n}$$

où :

- ▶ F est le barycentre des points voisins de P ajoutés à l'étape 1
- ▶ N est le barycentre des points voisins de P ajoutés à l'étape 2
- ▶ n est le nombre de ces voisins

Demo Blender.

nb : il existe bien d'autres schémas de subdivision :

- Loop
- $\sqrt{3}$ -Kobbelt
- Butterfly (interpolation)

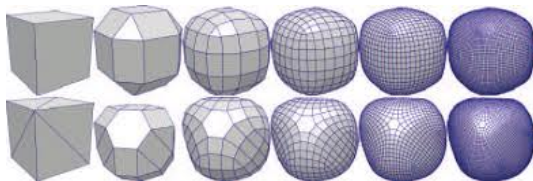
Surfaces de subdivision

Plus :

- représentation au niveau de détail adaptée
- donne un aspect lisse à des objets anguleux (convergence G^2 presque partout)

Moins :

- fortement dépendant du maillage initial



Heightfield

Principe

L'altitude de la surface est définie en chaque point d'une grille.

- représentation matricielle
- surtout utilisé pour les terrains



Heightfield

Plus :

- pas de topologie à encoder
- simple à éditer (Gimp)
- méthodes de générations de bruits procéduraux

Moins :

- structure rigide (rotation, mise à l'échelle?)
- niveau de détail fixé
- topologie fixe (pas d'arches, de grottes)

Exercice

Trouver une manière de représenter les surplombs avec un champs de hauteur modifié.

- 1 Introduction
- 2 Modèles volumiques
- 3 Modèles surfaciques
- 4 Bilan**

Conclusion

Pour résumer :

- les modèles *volumiques* sont adaptée à :
 - ▶ la représentation d'objets à la topologie quelconque
 - ▶ un mode de visualisation off-line (pour l'instant)
- les modèles *surfaiques* sont adaptée à :
 - ▶ la représentation d'objets à la topologie fixe
 - ▶ un mode de visualisation on-line (rasterisation)
- les modèles *continus* sont adaptée à :
 - ▶ la représentation d'objets lisses
 - ▶ la représentation d'objets multirésolution
- les modèles *discrets* sont adaptée à :
 - ▶ la représentation du modèle dans un ordinateur
 - ▶ la visualisation efficace de ce modèle

Fin !

