

Table des matières

1	Triangle, tétraèdre, triangulation, maillage	17
1.1	Introduction	17
1.2	Sur le triangle	17
1.3	Sur le tétraèdre	21
1.4	Simplexe	25
1.5	Triangulation	26
1.6	Maillage	33
1.7	Ensembles particuliers	35
1.7.1	Quelques ensembles d'éléments	35
1.7.2	Sur la construction de ces ensembles	37
1.7.3	Sur la construction des arêtes d'une triangulation	43
1.7.4	Sur la construction des faces d'une triangulation	44
1.7.5	Sur l'appartenance à certains ensembles	44
1.8	Notes	44
2	Triangulation de Delaunay	47
2.1	Introduction	47
2.2	Un peu d'histoire, de Dirichlet à Delaunay	48
2.3	Lemme général de Delaunay	52
2.4	Méthode incrémentale	55
2.5	Autres méthodes	60
2.5.1	Méthode par retournement en deux dimensions	60
2.5.2	Diviser pour régner	61
2.5.3	Algorithme de balayage	63
2.6	Aspects algorithmiques	64
2.6.1	Robustesse et complexité	64
2.6.2	Schéma associé à la méthode incrémentale réduite	65
2.6.3	Correction de la cavité	66
2.6.4	Utilisation du noyau	71

2.6.5	Accès à la base	71
2.6.6	Héritage	72
2.6.7	Environnement nécessaire	75
2.6.8	Gestion dynamique de l'environnement	76
2.7	Quelques résultats	76
2.8	Applications	82
2.9	Notes	84
3	Triangulation contrainte	87
3.1	Introduction	87
3.2	Contraintes et triangulation	88
3.2.1	Quelques définitions	88
3.2.2	Les problèmes de triangulations contraintes	90
3.3	Le cas de la dimension deux	90
3.3.1	Construction d'une contrainte Delaunay admissible	91
3.3.2	Méthode par cassage des contraintes	93
3.3.3	Méthode par forçage des contraintes	94
3.4	Triangulation de Delaunay sous contrainte	100
3.5	Le cas de la dimension trois	101
3.5.1	Construction d'une contrainte Delaunay admissible	101
3.5.2	Méthode par cassage des contraintes	102
3.5.3	Méthode par forçage des contraintes	104
3.6	Dimensions supérieures	114
3.6.1	Méthode par cassage des contraintes	114
3.7	Aspects algorithmiques en trois dimensions	118
3.7.1	Recherche des contraintes non satisfaites	118
3.7.2	Configurations locales	118
3.7.3	Tentative de schéma pour un algorithme	118
3.8	Quelques résultats	119
3.9	Applications	123
3.10	Notes	126
4	Triangulation anisotrope	129
4.1	Introduction	129
4.2	Notion de métriques	130
4.2.1	Métriques et distances	131
4.2.2	Métriques multiples	132
4.3	Méthode incrémentale	135
4.3.1	Espace euclidien	136
4.3.2	Espace riemannien	137

4.3.3	Approximations discrètes en deux dimensions.	139
4.3.4	Approximations discrètes en trois dimensions.	142
4.4	Aspects algorithmiques	144
4.5	Quelques résultats	146
4.6	Applications	146
4.7	Notes	146
5	Maillage plan	147
5.1	Introduction	147
5.2	Construction du maillage frontalier	148
5.3	Les points internes (création)	152
5.4	Espace de contrôle	155
5.5	Création par arêtes, cadre classique	157
5.6	Création par arêtes, cadre isotrope contrôlé	159
5.7	Création par arêtes, cadre anisotrope	163
5.8	Création par approche frontale	165
5.9	Les points internes (insertion)	167
5.10	Optimisation	168
5.11	Schéma général du mailleur	168
5.12	Quelques résultats	170
5.13	Notes	175
6	Maillage d'une surface paramétrique	179
6.1	Introduction	179
6.2	Formes fondamentales et métriques associées	181
6.2.1	Métrique du plan tangent	182
6.2.2	Métrique des rayons de courbure principaux	184
6.2.3	Métrique de nature physique	191
6.3	Maillage d'une surface	191
6.3.1	Schéma de principe	192
6.3.2	Construction de la métrique dans Ω	192
6.3.3	Classification des métriques utilisables	193
6.3.4	Maillage de la frontière	194
6.3.5	Maillage du domaine	194
6.3.6	Report sur la surface	195
6.4	Quelques résultats	195
6.5	Quelques applications	205
6.5.1	Maillage cylindrique	205
6.5.2	Maillage des surfaces scanérisées	208
6.5.3	Maillage des surfaces quelconques	208

6.5.4	Maillage adaptatif	210
6.6	Notes	210
7	Maillage volumique	213
7.1	Introduction	213
7.2	Construction du maillage frontalier	214
7.3	Les points internes (création)	217
7.4	Espace de contrôle	219
7.5	Création par arêtes, cadre classique	219
7.6	Création par arêtes, cadre isotrope contrôlé	221
7.7	Création par arêtes, cadre anisotrope	221
7.8	Création par approche frontale	222
7.9	Les points internes (insertion)	223
7.10	Faces et arêtes internes spécifiées	225
7.11	Optimisation	226
7.12	Schéma général du mailleur	227
7.13	Quelques résultats	228
7.14	Notes	231
8	Optimisations	233
8.1	Introduction	233
8.2	Qualité d'un maillage	233
8.2.1	Qualité en forme et qualité en taille	234
8.2.2	Classification	237
8.2.3	Quelques autres mesures de qualité (isotrope)	239
8.3	Opérateurs topologiques	240
8.3.1	Retournement d'arêtes en deux dimensions	240
8.3.2	Remaillage d'une boule en deux dimensions	241
8.3.3	Transformation d'une coquille en trois dimensions	241
8.3.4	Suppression d'une entité par remaillage local	244
8.3.5	Suppression par réduction	245
8.3.6	Cassage d'une arête	246
8.3.7	Relaxation du degré	247
8.4	Opérateurs géométriques	248
8.4.1	Opérateurs géométriques locaux	248
8.4.2	Opérateurs géométriques globaux	251
8.5	Quelques remarques sur le cas des surfaces	252
8.6	Aspects algorithmiques	254
8.6.1	Utilisation d'un opérateur d'optimisation	254
8.6.2	Gouverner un opérateur d'optimisation	254

8.6.3	Gouverner une optimisation	255
8.7	Quelques résultats	256
8.8	Quelques applications	260
8.9	Notes	260
9	Adaptation de maillages	263
9.1	Introduction	263
9.2	Quelques méthodes d'adaptation de maillage	264
9.2.1	La r -méthode	264
9.2.2	La h -méthode	265
9.2.3	La p -méthode	265
9.2.4	La hp -méthode	267
9.3	Modification versus reconstruction	267
9.3.1	Adaptation par modification	268
9.3.2	Adaptation par reconstruction totale	271
9.4	Schéma de principe d'une boucle d'adaptation	271
9.5	Espace de contrôle	272
9.5.1	Définition des espaces de contrôle successifs	272
9.5.2	Sur la construction de ces espaces	273
9.6	Maillage ou remaillage des frontières	276
9.6.1	Maillage ou remaillage de courbes	276
9.6.2	Maillage ou remaillage de surfaces	276
9.7	Maillage du domaine	276
9.8	Interpolation de solutions	279
9.9	Schéma général d'une boucle d'adaptation	284
9.10	Sur quelques résultats	285
9.10.1	Un cas isotrope	286
9.10.2	Un cas anisotrope	292
9.11	Notes	296
10	Bases de données	297
10.1	Introduction	297
10.2	Informations utiles (tentative de liste)	298
10.2.1	Rappel sur la notion de maillage	298
10.2.2	Pour un calcul (statique) en approximation P^1	298
10.2.3	Pour un calcul (statique) en approximation P^2	303
10.2.4	Pour un calcul adaptatif	306
10.2.5	Contraindre un maillage	307
10.3	Une base de données générale	308
10.4	Base de données de géométrie	316

10.4.1	Le cas de la dimension deux	317
10.4.2	Quelques remarques sur la dimension trois	320
10.5	Représentation géométrique	322
10.5.1	Le cas de la dimension deux	322
10.5.2	Le cas de la dimension trois	325
10.6	Base de données de maillage	332
10.6.1	Le cas de la dimension deux	332
10.6.2	Le cas de la dimension trois	334
10.7	Notes	336
11	Maillage d'une frontière	337
11.1	Introduction	337
11.2	Maillage d'une frontière en deux dimensions	337
11.2.1	Définition CAO d'une frontière	338
11.2.2	Base de données (discrète) associée	338
11.2.3	Construction d'une ligne polygonale discrète	338
11.2.4	Maillage	339
11.3	Maillage d'une frontière en trois dimensions	347
11.3.1	Maillage d'une courbe	348
11.3.2	Maillage d'une surface définie par plusieurs carreaux	348
11.3.3	Remaillage par optimisation d'une surface	355
11.4	Quelques résultats	357
11.4.1	Maillage d'une courbe dans le plan	357
11.4.2	Maillage d'une surface définie par des carreaux	361
11.4.3	Maillage (remaillage par optimisation) d'une surface	364
11.5	Notes	364
12	Applications aux éléments finis	367
12.1	Introduction	367
12.2	Définition et construction d'une métrique	367
12.2.1	Calcul du Hessien	370
12.2.2	Remarque sur le calcul des métriques	371
12.2.3	Métriques associées aux normes usuelles	371
12.2.4	Métrique des erreurs relatives	372
12.2.5	Intersection de plusieurs métriques	373
12.2.6	Transport de solution d'un maillage à l'autre	373
12.3	Trois exemples en mécanique des fluides	373
12.3.1	Présentation générale	373
12.3.2	Scramjet en régime supersonique	375

12.3.3	Écoulement transonique visqueux autour d'un Naca-0012	379
12.3.4	Écoulement supersonique visqueux autour d'un cylindre	382
12.4	Notes	387
13	Autres applications	389
13.1	Introduction	389
13.2	Ligne médiane et surface moyenne	389
13.2.1	Ligne médiane	389
13.2.2	Surface moyenne	390
13.2.3	Quelques applications basées sur le squelette	391
13.3	Calcul parallèle	392
13.3.1	Partitionnement a posteriori	392
13.3.2	Partitionnement a priori	393
13.3.3	Partitionnement de Delaunay par induction	393
13.3.4	Partitionnement par induction à partir d'une triangulation de Delaunay de l'enveloppe convexe d'un nuage de points.	396
13.3.5	Partitionnement basé sur la frontière du domaine	396
13.4	Propriété de rugosité minimale d'une surface	403
13.5	Notes	403