

Une approche algébrique pour de nouveaux paradigmes en estimation et dérivation numérique

Non-A (ALIEN), présenté par : Wilfrid Perruquetti*

22 juin 2011

Mots clés :

Domaines concernés : automatique, traitement du signal, traitement des images, robotique.

Problèmes abordés : dérivation numérique, débruitage, identification, estimation, commande, commande sans modèle.

Systèmes concernés : systèmes linéaires (LTI et LTV ou LPV), systèmes impulsifs / à commutations, systèmes non linéaires, systèmes à retards et aux dérivées partielles.

Outils utilisés : algèbre différentielle, distributions et calcul opérationnel.

Caractéristiques : techniques non-asymptotiques, convergence en temps fini, indépendamment de toute considération statistique.

1 Résumé

De nombreux problèmes pratiques et importants pour l'ingénieur concernent l'**estimation** de grandeurs d'origines divers : paramètres, variables d'état, perturbation, . . . , dérivées de signaux bruités. Remarquons au passage que l'estimation de dérivées de signaux bruités est à rapprocher du problème, classique en analyse numérique, concernant l'obtention numérique d'une dérivée pour une fonction donnée : on parle aussi de **dérivation numérique**. Pour n'illustrer et ne préciser que quelques uns de ces problèmes pratiques, citons :

- pour l'**estimation de paramètres** : l'identification des paramètres dynamiques d'un processus (par exemple, d'un robot), l'estimation du triplet (amplitude, phase, fréquence) d'un signal sinusoïdal biaisé en environnement bruité fort utile pour la démodulation de signal en communication, la régulation de convertisseurs électroniques de puissance, le rythme circadien de cellules biologiques ou encore l'identification des modes pour une structure flexible, . . .

*Non-A INRIA-Lille Nord Europe & École Centrale de Lille, LAGIS (CNRS), email : Wilfrid.Perruquetti@inria.fr

- pour la **dérivation numérique** : l’obtention de la vitesse à partir d’une mesure bruitée de la position, la reconstruction de l’état¹ à partir des mesures bruitées . . .

Avant de préciser nos contributions², rapellons brièvement les principales approches communément utilisées pour ces deux problématiques :

L’estimation de paramètres consiste à déterminer une bonne approximation des paramètres inconnus Θ à partir de

$$y = x(\Theta) + \varpi,$$

où y est le signal mesuré, le signal x dépend implicitement des paramètres inconnus Θ et du bruit ϖ entachant la mesure d’une erreur. Ainsi de nombreuses méthodes ont été développées comme la régression linéaire ou non, les méthodes de sous-espaces (haute résolution) [41, 49, 82], le filtre de Kalman étendu [9], les filtres à encoches [8, 81, 98], ou, encore, d’autres techniques issues de la commande adaptative non linéaire [12, 44, 67], etc.... Le lecteur intéressé par ces techniques peut consulter avec profit l’ouvrage [61] (pour les méthodes basées sur la régression linéaire) et les contributions [2, 4, 38, 39, 73] pour des méthodologies spécifiques à la robotique (manipulateurs). *Cependant, l’estimation de ces paramètres en une fraction de période du signal de façon robuste, en présence de bruit et de perturbation structurée³, n’est pas encore complètement résolue par ces techniques évoquées ci-dessus.*

La dérivation numérique consiste en l’évaluation numérique des dérivées de signaux bruités. Ce problème a attiré beaucoup d’attention avec de points de vue différents : conception d’observateurs dans la littérature de contrôle (voir [14, 16, 45, 46, 54, 84]), synthèse de filtres numériques en traitement du signal (voir [1, 13, 19, 75, 79]) etc. . . pour les applications temps réel en ligne. Ces techniques sont, bien entendu, des alternatives aux solutions très classiques, basées sur l’ajustement de polynômes (au sens des moindres carrés) ou l’interpolation spline qui sont surtout utilisées pour applications hors ligne (voir [21, 47]). Ce problème est mal posé dans le sens où une petite erreur dans les données de mesure peut induire une grande erreur dans les approximations des dérivées. Donc, des méthodes numériques diverses ont été développées pour obtenir des algorithmes stables plus ou moins sensibles au bruit additif. Ils se classent principalement en cinq catégories : les méthodes de différences finies [50, 74, 80], les méthodes de mollification [40, 68, 69], les méthodes de régularisation [70, 96, 97],

1. L’observabilité d’un système qu’il soit linéaire ou non est équivalente à la possibilité d’exprimer toutes les variables d’état en fonction des dérivées de la sortie et de l’entrée (en nombres finis) : voir [17, 18].

2. Il s’agit là de contributions collectives menées sous l’impulsion et la forte implication de Michel Fliess. Les idées originales, sources de tous les développements, sont dues à M. Fliess et H. Sira-Ramírez voir [22].

3. Une perturbation structurée est une grandeur non maîtrisable solution d’une équation différentielle ne faisant intervenir que cette variable : par exemple un biais constant est une perturbation structurée puisque $\dot{p} = 0$, une perturbation sinusoïdale est aussi puisque $\ddot{p} + \omega^2 p = 0$, etc . . .

les méthodes par intégration [53, 76, 95], c'est-à-dire basées sur la dérivée généralisée de Lanczos $D_T x$, définie dans [53] par

$$\forall t_0 \in I, D_T x(t_0) = \frac{3}{2T^3} \int_{-T}^T \tau x(t_0 + \tau) d\tau = \frac{3}{2T} \int_{-1}^1 \tau x(t_0 + T\tau) d\tau. \quad (1)$$

C'est une approximation de la dérivée première de x puisque $D_T x(t_0) = x'(t_0) + O(T^2)$, où $2T > 0$ est la longueur de la fenêtre temporelle d'intégration pour le calcul de l'estimée. Ainsi ces méthodes sont aussi appelées des méthodes de *dérivation par intégration*. Rangarajana et al. [76] étendent cette méthode⁴ pour des dérivées d'ordre quelconque

$$\forall t_0 \in I, D_T^{(n)} x(t_0) = \frac{1}{T^n} \int_{-1}^1 \gamma_n L_n(\tau) x(t_0 + T\tau) d\tau, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (2)$$

où L_n est le polynôme de Legendre d'ordre n défini sur $[-1, 1]$. On peut aussi mentionner d'autres méthodes [15, 20, 43, 50, 51, 52, 60, 77, 80]. *Toutes ces techniques d'estimation de dérivées, souffrent d'une sensibilité au bruit de mesure plus ou moins importante.*

Ainsi, les principaux problèmes pour l'estimation de paramètres ou de dérivées sont l'impact non négligeable du bruit sur les estimations ainsi que la difficulté d'obtenir des algorithmes utiles en temps réel c'est-à-dire dont la convergence vers les grandeurs à reconstruire est suffisamment précise, robuste vis-à-vis du bruit et rapide pour être efficace en boucle fermée.

Aussi, nous introduisons, par le biais d'exemples, de nouvelles techniques d'estimation de paramètres et de dérivation numérique à partir de mesures bruitées⁵. Ces techniques ont été introduites dans un cadre algébrique en 2003 par Michel Fliess et Hebertt Sira-Ramirez [22]. Depuis, elles ont été développées, affinées et analysées dans de nombreuses situations : le traitement du signal [28, 29, 37, 71, 72, 93, 94] et des images [27], la compression de données [24], la commande sans modèle [33, 34], l'estimation de paramètres [22, 23, 31, 32, 56, 65, 89, 90, 91, 92], la dérivation numérique [58, 59, 64, 66], l'observation (reconstruction de variables d'état [5, 25, 26, 57, 85], localisation en robotique [83]) et ce, aussi bien pour des systèmes linéaires que non linéaires, ou bien encore à retards [6] ou encore à commutations [7, 35, 36, 85, 86, 87, 88]. Contrairement aux autres approches traditionnelles, conduisant à des convergences asymptotiques et basées sur l'optimisation et l'exploitation de modèles statistiques des bruits, nos approches font fit de toute hypothèse statistique et conduisent à des convergences en temps fini (extrêmement importante pour des applications temps réels).

4. Wang et al. ont récemment proposés une amélioration notable de ces résultats par l'utilisation de l'extrapolation de Richardson [95]

5. On reprend ici le point de vue de [29, 30], indépendant de toute modélisation probabiliste. Un bruit est, alors, une *oscillation rapide* (au sens de l'analyse non standard des oscillations rapides due à Cartier et Perrin[11], voir [29] pour plus de détails).

Nous illustrerons nos méthodes par des applications dans le domaine de la robotique comme par exemple, la localisation de robot mobile avec un seul amer.

Références

- [1] Al-Alaoui M.A., A class of second-order integrators and low-pass differentiators, *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, Vol. 42(4), p. 220–223, 1995.
- [2] An C.H., Atkeson C.G. et Hollerbach J.M., Estimation of inertial parameters of rigid body links of manipulators, *Proc. of the 24th IEEE Conf. on Decision and Control*, Vol. 24, p. 990–995, 1985.
- [3] Anderssen R. S., De Hoog F., and Hegland M. A stable finite difference Ansatz for higher order differentiation of non-exact data, *Bull. Austral. Math. Soc.*, Vol. 58, p. 223–232, 1998.
- [4] Atkeson C.G., An C.H. et Hollerbach J.M., Estimation of Inertial Parameters of Manipulator Loads and Links, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 5(3), p. 101–119, 1986.
- [5] Barbot J. P., Fliess M. et Floquet T. An algebraic framework for the design of nonlinear observers with unknown inputs. *46th IEEE Conference on Decision and Control*, 2007.
- [6] Belkoura L., Richard J.-P. et Fliess M., Parameters estimation of systems with delayed and structured entries, *Automatica*, vol. 45(5), p. 1117–1125, 2009.
- [7] Belkoura L., Floquet T., Ibn Taarit K., Perruquetti W. et OrlovY., Estimation problems for a class of impulsive systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2010.
- [8] Bittanti S., Campi M. et Savaresi S., Unbiased estimation of a sinusoid in colored noise via adapted notch filters, *Automatica*, Vol. 33, p. 209–215, 1997.
- [9] Bittanti S. et Savaresi S., On the parameterization and design of an extended Kalman filter frequency tracker, *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. 45, p. 1718–1724, 2000.
- [10] Brown RH., Schneider SC., et Mulligan MG. Analysis of algorithms for velocity estimation from discrete position versus time data, *IEEE transactions on industrial electronics*, ISSN 0278-0046 CODEN ITIED6, Vol. 39, no1, p. 11–19, 1992.
- [11] P. Cartier et Y. Perrin, Integration over finite sets, *Nonstandard Analysis in Practice*, F. & M. Diener (Eds), Springer, Berlin, p. 195–204, 1995.
- [12] Cheng M.H. et Tsai J.L., A new IIR adaptive notch filter, *Signal Process*, Vol. 86, p. 1648–1655, 2006.
- [13] Chen C.K. et Lee J.H., Design of high-order digital differentiators using L_1 error criteria. *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, Vol. 42(4), p. 287–291, 1995.
- [14] Chitour Y., Time-varying high-gain observers for numerical differentiation. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 47, p. 1565–1569, 2002.
- [15] Cullum J., Numerical differentiation and regularization, *SIAM J. NUMER. ANAL.*, Vol. 8(2), June 1971
- [16] Dabroom A.M et Khalil H.K., Discrete-time implementation of high-gain observers for numerical differentiation, *International Journal of Control*, Vol. 72, p. 1523–1537, 1999.

- [17] Diop S. et Fliess M., Nonlinear observability, identifiability and persistent trajectories, *In Proc. 36th IEEE Conf. Decision Control*, Brighton, England, 1991.
- [18] Diop S. et Fliess M., On nonlinear observability, *In Proceedings of the First European Control Conference*, Grenoble, 1991.
- [19] Diop S., Grizzle J. W. et Chaplais F., On numerical differentiation algorithms for nonlinear estimation, *In Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, New York IEEE Press Paper CwOt876, 2000.
- [20] Diop S., Grizzle J. W., Moraal P. E., and Stefanopoulou A. Interpolation and Numerical Differentiation for Observer Design, *University Michigan's College of Engineering Control Group Report Series*, Report No. CGR-93-14, September 1993.
- [21] Duncan T.E., Mandl P. et Pasik-Duncan B., Numerical differentiation and parameter estimation in higher-order linear stochastic systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 41, p. 522–532, 1996.
- [22] Fliess M. et Sira-Ramírez H. An algebraic framework for linear identification. *ESAIM Control Optim. Calc. Variat.*, Vol. 9, p. 151–168, 2003.
- [23] Fliess M., Mboup M., Mounier H. et Sira-Ramírez H., Questioning some paradigms of signal processing via concrete examples, in H. Sira-Ramírez, G. Silva-Navarro (Eds.) : *Algebraic Methods in Flatness, Signal Processing and State Estimation*, Editorial Lagares, México, p. 1–21, 2003.
- [24] Fliess M., Join C., Mboup M. et Sira-Ramírez H., Compression différentielle de transitoires bruités, *C.R. Acad. Sci. Paris*, ser. I, Vol. 339, p. 821–826, 2004.
- [25] Fliess M. et Sira-Ramírez H., Reconstructeurs d'état, *C.R. Acad. Sci. Paris*, Ser. I, Vol. 338, pp. 91–96, 2004.
- [26] Fliess M. et Sira-Ramírez H. Control via state estimations of some nonlinear systems, *In Proc. Symp. Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2004)*, Stuttgart, 2004, en ligne <http://hal.inria.fr/inria-00001096>.
- [27] Fliess M., Join C., Mboup M. et Sedoglavic A., Estimation des dérivées d'un signal multidimensionnel avec applications aux images et aux vidéos, *In Proc. GRETSI*, p. 136–139, 2005.
- [28] Fliess M., Join C., Mboup M. et Sira-Ramírez H., Analyse et représentation de signaux transitoires : application à la compression, au débruitage et à la détection de ruptures *In Proc. GRETSI*, 2005.
- [29] Fliess, M., Analyse non standard du bruit, *C.R. Acad. Sci. Paris, ser. I*, Vol. 342, p. 797–802, 2006.
- [30] Fliess M. Critique du rapport signal à bruit en communications numériques, *ARIMA*, Vol. 9, p. 419–429, 2008.
- [31] Fliess M. et Sira-Ramírez H. Closed-loop parametric identification for continuous-time linear systems via new algebraic techniques, in H. Garnier & L. Wang (Eds.) : *Identification of Continuous-time Models from Sampled Data*, Springer, p. 362–391, 2008,(en ligne : <http://hal.inria.fr/inria-00114958/en/>).
- [32] Fliess M., Join C. and Sira-Ramírez H., Non-linear estimation is easy. *Int. J. Modelling Identification and Control*, Vol. 4(1), p. 12–27, 2008.
- [33] Fliess M. et Join C., Commande sans modèle et commande à modèle restreint, *e-STA*, Vol. 5, 2008, en ligne <http://hal.inria.fr/inria-00288107/en/>.

- [34] Fliess M. et Join C., Intelligent PID controllers, *in Proc. 16th Mediterrean Conference on Control and Automation*, France, Ajaccio, jun 2008, en ligne <http://hal.inria.fr/inria-00273279/en/>.
- [35] Fliess M., Join C. et Perruquetti W., Real-time estimation for switched linear systems, *In Proc. 47th IEEE Conference on Decision and Control*, Cancun Mexique, dec 2008.
- [36] Fliess M., Join C. et Perruquetti W., Real-time estimation of the switching signal for perturbed switched linear systems, *In Proc. 3rd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, Spain, Zaragoza, 2009.
- [37] Fliess M., Join C. et Mboup M., Algebraic change-point detection, *Applicable Algebra Engin. Communic. Comput.*, Vol. 21, p. 131–143, 2010.
- [38] Gautier M. et Khalil W., Direct calculation of minimum set of inertial parameters of serial robots *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 6(3), p. 368–373, 1990.
- [39] Gautier M. et Khalil W., On the identification of the inertial parameters of robots, *in Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 3, pp. 2264–2269, 1988.
- [40] Hào D.N., Schneider A. et Reinhardt H.J., Regularization of a non-characteristic Cauchy problem for a parabolic equation, *Inverse Problems*, Vol. 11, p. 1247–1264, 1995.
- [41] Haykin S., *Adaptive Filter Theory*, (2nd ed.), Englewood Cliffs, 1991.
- [42] Haykin S., Van Veen B., *Signals and Systems*, (2nd ed.), John Wiley & Sons, 2002.
- [43] Herceg D. et Cvetković L., On a numerical differentiation, *SIAM J. NUMER. ANAL.*, Vol. 23, No. 3, June 1986.
- [44] Hsu L., Ortega R. et Damm G., A globally convergent frequency estimator, *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. 44, p. 698–713, 1999.
- [45] Ibrir S., Online exact differentiation and notion of asymptotic algebraic observers, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 48, p. 2055–2060, 2003.
- [46] Ibrir S., Linear time-derivatives trackers, *Automatica*, Vol. 40, p. 397–405, 2004.
- [47] Ibrir S. and Diop S., A numerical procedure for filtering and efficient high-order signal differentiation. *Int. J. Appl. Math. Compt. Sci.*, Vol. 14, p. 201–208, 2004.
- [48] Ibn Taarit K., Belkoura L., Ksouri M., Richard J.-P., A fast identification algorithm for systems with delayed inputs, *International Journal of Systems Science*, 2010.
- [49] Kahn M., Mackisack M., Osborne M., et Smyth G. K., On the consistency of Prony's method and related algorithms, *J. Comput. Graph. Statist.*, Vol. 1, p. 329–349, 1992.
- [50] Khan I.R., Ohba R., New finite difference formulas for numerical differentiation, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 126, p. 269–276, 2000.
- [51] Kochneff E., Expansions in Jacobi Polynomials of Negative Order. *Constructive Approximation*, Vol. 13(4), p. 435–446, Springer, 1997.
- [52] Kranzer H.C., An Error Formula for Numerical Differentiation, *Numerische Mathematik*, Vol. 5, p. 439–442, p. 1963.
- [53] Lanczos C., *Applied Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1956.

- [54] Levant A., Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, Vol. 76, p. 924–941, 2003.
- [55] Li T.H. et Kedem B., Strong consistency of the contraction mapping method for frequency estimation, *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 39, p. 989–998, 1993.
- [56] Liu D.Y., Gibaru O., Perruquetti W., Fliess M. et Mboup M., An error analysis in the algebraic estimation of a noisy sinusoidal signal. *In Proceeding 16th Mediterranean conference on Control and automation (MED' 2008)*, Ajaccio, 2008, en ligne <http://hal.inria.fr/inria-00300234/en/>.
- [57] Liu D.Y., Gibaru O. et Perruquetti W., Error analysis for a class of numerical differentiator : application to state observation, *In Proc. 48th IEEE Conference on Decision and Control*, China, 2009, en ligne <http://hal.inria.fr/inria-00437129/en/>.
- [58] Liu D.Y., Gibaru O. et Perruquetti W., Differentiation by integration with Jacobi polynomials, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, doi :10.1016/j.cam.2010.12.023, 2011.
- [59] Liu D.Y., Gibaru O. et Perruquetti W., Error analysis of a class of derivative estimators for noisy signals, *Numerical Algo.*, 2011.
- [60] Ling L., Finding numerical derivatives for unstructured and noisy data by multiscalar kernel, *SIAM J. NUMER. ANAL.*, Vol. 44, No. 4, p. 1780–1800, 2006.
- [61] Ljung L., *System Identification - Theory For the User*, 2nd ed, PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 1999.
- [62] Loverro A., Fractional calculus : history, definitions and applications for the engineer, *Univeristy of Notre Dame : Department of Aerospace and Mechanical Engineering*, May 2004.
- [63] Lyness J. N., Finite-part integrals and the Euler-Maclaurin expansion, *in Approximation and Computation, Internat. Ser. Numer. Math. 119*, R. V. M. Zahar, ed., Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, p. 397–407, 1994.
- [64] M. Mboup, C. Join, M. Fliess, A revised look at numerical differentiation with an application to nonlinear feedback control, *In Proc. 15th Medit. Conf. Control Automation - MED'2007*, Athens, 2007.
- [65] Mboup M., Parameter estimation for signals described by differential equations, *Applicable Analysis*, Vol. 88, p. 29–52, 2009.
- [66] M. Mboup, C. Join et M. Fliess, Numerical differentiation with annihilators in noisy environment, *Numerical Algo.*, Vol. 50 (4), p. 439–467, 2009.
- [67] Mojiri M. et Bakhsahi A.R., An adaptive notch filter for frequency estimation of a periodic signal, *IEEE Trans. Automat. Control*, Vol. 49, p. 314–318, 2004.
- [68] Murio D.A., *The Mollification Method and the Numerical Solution of Ill-Posed Problems*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1993.
- [69] Murio D.A., C.E. Mejía et S. Zhan, Discrete mollification and automatic numerical differentiation, *Comput. Math. Appl.*, Vol. 35, p. 1–16, 1998.
- [70] Nakamura G., Wang S. et Wang Y., Numerical differentiation for the second order derivatives of functions of two variables, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 212, p. 341–358, 2008.
- [71] Neves A., Mboup M. et Fliess M., An Algebraic Receiver for Full Response CPM Demodulation, *VI Int. Telecom. Symp. (ITS2006)*, Fortaleza , CE, Brazil, 2006.

- [72] Neves A., Miranda M.D. et Mboup M., Algebraic parameter estimation of damped exponentials, *In Proc. 15th Europ. Signal Processing Conf. - EUSIPCO 2007*, Poznań, 2007, en ligne <http://hal.inria.fr/inria-00179732/en/>.
- [73] Olsen M. et Petersen H. A new method for estimating parameters of a dynamic robot model, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 17(1), p. 95–100, 2001.
- [74] Qu R., A new approach to numerical differentiation and integration, *Math. Comput.*, Vol. 24 (10), p. 55–68, 1996.
- [75] Rader C.M. et Jackson L.B., Approximating noncausal IIR digital filters having arbitrary poles, including new Hilbert transformer designs, via forward/backward block recursion, *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, Vol. 53(12), p. 2779–2787, 2006.
- [76] Rangarajana S.K. et Purushothaman S.P., Lanczos' generalized derivative for higher orders, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 177, p. 461–465, 2005.
- [77] Richter-dyn N., Minimal interpolation and approximation in Hilbert spaces, *SIAM J. NUMER. ANAL.*, Vol. 8(3), September 1971.
- [78] Rivlin T. J., Optimally stable lagrangian numerical differentiation, *SIAM J. NUMER. ANAL.*, Vol. 12(5), October 1975.
- [79] Roberts R.A. et Mullis C.T., *Digital signal processing*, Addison-Wesley, 1987.
- [80] Ramm A.G. et Smirnova A.B., On stable numerical differentiation, *Math. Comput.*, Vol. 70, p. 1131–1153, 2001.
- [81] Regalia P. A., *Adaptive IIR Filtering in Signal Processing and Control*, Marcel Dekker, New York, 1995.
- [82] R. Roy et T. Kailath, ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, *IEEE Trans. Signal Process*, Vol. 37, p. 984–995, 1989.
- [83] Sert H.,localisation...
- [84] Su Y.X., Zheng C.H., Mueller P.C. et Duan B.Y., A simple improved velocity estimation for low-speed regions based on position measurements only, *IEEE Trans. Control Syst. Technology*, Vol. 14, p.937–942, 2006.
- [85] Tian. Y., Une contribution à l'observation et à l'estimation des systèmes linéaires, *Mémoire de Thèse de Ecole centrale de Lille*, 8 Dec 2010.
- [86] Tian Y., Floquet T., Belkoura L., Perruquetti W., Algebraic switching time identification for a class of linear hybrid systems, *Journal of Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 2010.
- [87] Tian Y., Floquet T., Belkoura L., Perruquetti W., Algebraic switching time identification for a class of linear hybrid systems, *In Proc. 3rd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, Spain, Zaragoza, 2009.
- [88] Tian Y., Floquet T., Belkoura L., Perruquetti W., Switching time estimation for linear switched systems : an algebraic approach, *In Proc. 48th IEEE Conference on Decision and Control*, China, Shanghai, 2009.
- [89] Trapero J.R., Sira-Ramírez H. et Battle V.F., An algebraic frequency estimator for a biased and noisy sinusoidal signal, *Signal Processing*, Vol. 87, p. 1188–1201, 2007.
- [90] Trapero J.R., Sira-Ramírez H. et Battle V.F., A fast on-line frequency estimator of lightly damped vibrations in flexible structures, *J. Sound Vibration*, Vol. 307, p. 365–378, 2007.

- [91] Trapero J.R., Mboup M., Pereira-Gonzalez E. et Feliu V. B., On-line frequency and damping estimation in a single-link flexible manipulator based on algebraic identification, *Proc. 16th Médit. Conf. Control Automation - MED08*, 2008.
- [92] Trapero J.R., Sira-Ramírez. H. et Batlle V.F., On the algebraic identification of the frequencies, amplitudes and phases of two sinusoidal signals from their noisy sum, *Int. J. Control*, Vol. 81, p. 507–518, 2008.
- [93] Tiganj Z., Mboup M., Pouzat C. et Belkoura L., An algebraic method for eye blink artifacts detection in single channel EEG recordings, *In Proc. 17th Int. Conf. on BIOMAGNETISM, BIOMAG2010*, p. 175–178, 2010.
- [94] Tiganj Z. et Mboup M., Spike detection and sorting : combining algebraic differentiations with ICA *In Proc. ICA 2009*, 2009.
- [95] Wang Z. et Wen R., Numerical differentiation for high orders by an integration method, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, doi :10.1016/j.cam.2010.01.056, 2010.
- [96] Wang Y., Jia X. et Cheng J., A numerical differentiation method and its application to reconstruction of discontinuity, *Inverse Problems*, Vol. 18, p. 1461–1476, 2002.
- [97] Wei T., Hon Y.C. et Wang Y., Reconstruction of numerical derivatives from scattered noisy data, *Inverse Problems*, Vol. 21, p. 657–672, 2005.
- [98] Xiao Y. et Tadokoro Y., LMS-based notch filter for the estimation of sinusoidal signals in noise, *Signal Processing*, Vol. 46 (2), p. 223–231, 1995.