

Exam: Discrete Maths

Exercise 1.

- [25%] Prove that if a depth-first search on a directed graph $G = (V; E)$ produces exactly one back edge, then it is possible to choose an edge $e \in E$ such that the graph $G \setminus e$ is acyclic.
 - [15%] Show that the inverse is not true, that is give an example of a graph G for which there is an edge $e \in E$ such that $G \setminus e$ is acyclic but the DFS visit produces at least two back edges.
- [60%] Given a non-directed graph G and a vertex $r \in V$ write in pseudocode an algorithm that finds the number of vertices that are at the maximum distance from r . Analyse the complexity of your algorithm.

Exercise 2.

- [25%] Montrer que si un parcours en profondeur d'abord (DFS) du graphe dirigé $G = (V, E)$ produit exactement une arête de retour (back edge), il est alors possible de choisir une arête $e \in E$ tel que le graphe $G \setminus e$ est acyclique.
 - [15%] Montrer que l'inverse n'est pas vraie i.e. donner un exemple d'un graphe dirigé G contenant une arête $e \in E$ tel que $G \setminus e$ est acyclique mais le parcours DFS produit au moins deux arêtes de retour (back edges).
- [60%] Étant donné un graphe non-dirigé G et un sommet $r \in V$ donner le pseudocode d'un algorithme calculant le nombre de sommets qui sont à la distance maximale de r . Analyser la complexité de cet algorithme.