

La pluie et le beau temps

Outils mathématiques de la prévision météo

Maëlle Nodet

Université de Grenoble, INRIA, LJK



APMEP, octobre 2010

Bref historique

Jusqu'à la fin du 19ème siècle : observations et description des phénomènes

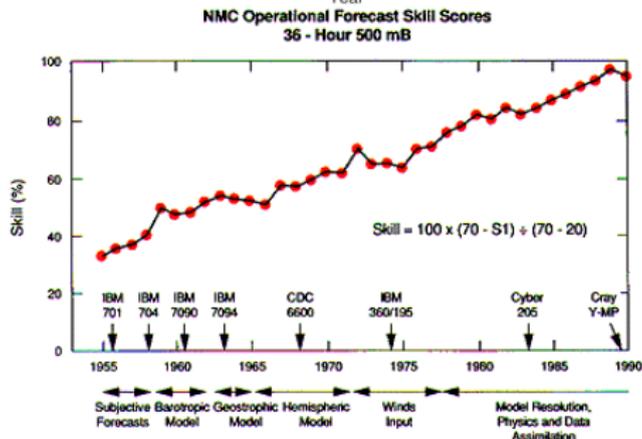
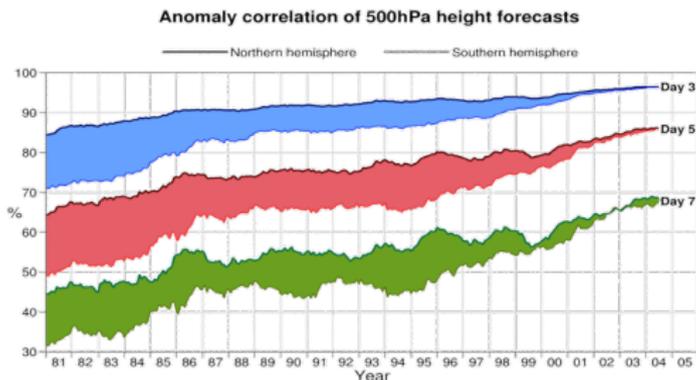
- Au cours de l'histoire : accumulation d'expérience en un lieu géographique donné, dictons populaires
- Antiquité : observations à l'oeil nu, mesures de précipitation, cycle de l'eau, premières tentatives de prévision
- Renaissance : inventions des outils de mesure (thermoscope, baromètre, anémomètre, hygromètre)
- A partir du 17ème siècle : début de compréhension des phénomènes (vents, fronts, force de Coriolis)
- A partir du 19ème siècle : mise en place de réseaux d'observations, communications facilitées par l'arrivée du télégraphe, 1ères cartes d'observations et 1ères prévisions

Bref historique

A partir du 20ème siècle : développement des modèles d'évolution de l'atmosphère et des méthodes de prévision

- Compréhension de la circulation grande échelle, lien avec la mécanique des fluides, développement des modèles
- Approximation numérique des modèles : 1ère idée de Richardson en 1922, avec des calculateurs humains !
- Première prévision par ordinateur en 1950, de manière opérationnelle en 1955 (armée US), puis années 60
- Lancement du premier satellite météorologique en 1960
- Théorie du chaos par Lorenz 1960
- A partir des années 1970 : meilleure puissance de calcul, meilleures connaissances physiques et amélioration des modèles, développement de méthodes mathématiques pour les prévisions

Bref historique



Plan de l'exposé

- 1 Ingrédients de base et difficultés de la prévision météo
 - Modèles de circulation atmosphérique
 - Observations
 - Difficultés
- 2 Outils mathématiques actuels de prévision numérique du temps
 - Optimisation
 - Statistiques
 - Traitement d'images
- 3 Autres domaines d'application de ces méthodes
 - Industrie
 - Imagerie
 - Géosciences et environnement

Plan de l'exposé

- 1 Ingrédients de base et difficultés de la prévision météo
 - Modèles de circulation atmosphérique
 - Observations
 - Difficultés
- 2 Outils mathématiques actuels de prévision numérique du temps
 - Optimisation
 - Statistiques
 - Traitement d'images
- 3 Autres domaines d'application de ces méthodes
 - Industrie
 - Imagerie
 - Géosciences et environnement

Equations de la mécanique des fluides

Inconnues du modèle (dépendant du temps t et de l'espace (x, y, z)) :

- vitesses des vents $\vec{U}(t, x, y, z)$
- pression $p(t, x, y, z)$
- température $T(t, x, y, z)$
- humidité $q(t, x, y, z)$ et teneur en eau liquide

Les équations de circulation atmosphériques sont des *équations aux dérivées partielles*, obtenues à partir des équations de Navier-Stokes sur une sphère tournante, avec quelques hypothèses supplémentaires...

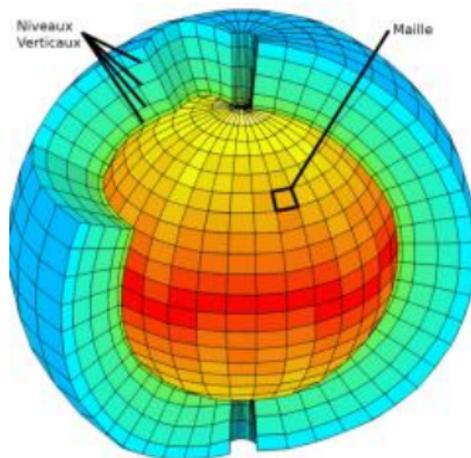
Elles sont très complexes : impossible de trouver une solution explicite, et même impossible en général de prouver mathématiquement l'existence et l'unicité d'une solution !...

Ce sont des *équations d'évolution* : en fonction des conditions initiales $(\vec{U}, p, T, q)|_{t=0}$, elles décrivent l'évolution au cours du temps de ces variables.

Equations primitives atmosphériques

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial u_x}{\partial t} + (u_x \partial_x + u_z \partial_z + u_z \partial_z) u_x + \frac{1}{\rho} \partial_x p - f_{u_y} = F_{u_x} \\
 \frac{\partial u_y}{\partial t} + (u_x \partial_x + u_z \partial_z + u_z \partial_z) u_y + \frac{1}{\rho} \partial_y p + f_{u_x} = F_{u_y} \\
 (u_x \partial_x + u_z \partial_z + u_z \partial_z) u_z + \frac{1}{\rho} \partial_z p = F_{u_z} - g \\
 \partial_x u_x + \partial_y u_y + \partial_z u_z = 0 \\
 \frac{\partial T}{\partial t} + (u_x \partial_x + u_z \partial_z + u_z \partial_z) T = F_T \\
 + \text{equation pour l'eau liquide} \\
 + \text{conditions aux limites} \\
 + \text{conditions initiales}
 \end{array} \right.$$

Résolution numérique : discrétisation sur une grille



(source : Météo-France)

On fait un “maillage” 3D de l’atmosphère. Sur chaque maille on approche les fonctions inconnues du modèle par une valeur.

⇒ Au lieu de résoudre les équations en cherchant des **fonctions inconnues** comme $\vec{U}(t, x, y, z)$, on cherche maintenant des **vecteurs inconnus** $\vec{U}(t_n, x_i, y_j, z_k)$.

Ça s’appelle **discrétiser** les équations de l’atmosphère, autrement dit se ramener à des équations en dimension finie (mais quand même très grande : le nb de degrés de liberté (= les conditions initiales) est de plusieurs dizaines de millions).

Résolution numérique : discrétisation sur une grille

Approximation d'une dérivée sur une grille :

$$\frac{\partial \varphi(t, x, y, z)}{\partial x} \simeq \frac{\varphi(t, x + \delta x, y, z) - \varphi(t, x, y, z)}{\delta x}$$

Si la grille est composée des points $(t_n, x_i, y_j, z_k)_{n,i,j,k}$, avec

$$\varphi_{ijk}^n = \varphi(t_n, x_i, y_j, z_k)$$

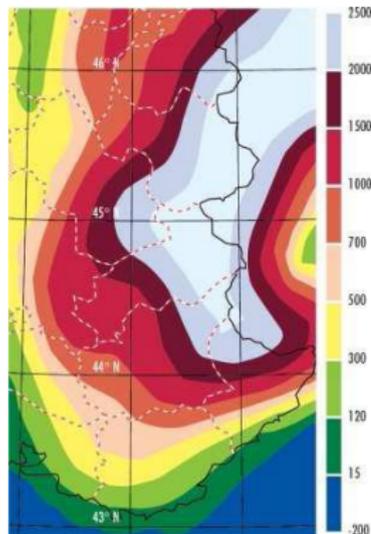
alors une approximation pour la dérivée de φ par rapport à x au point (t_n, x_i, y_j, z_k) est donnée par :

$$\partial_x \varphi(t_n, x_i, y_j, z_k) \simeq \frac{\varphi_{i+1,j,k}^n - \varphi_{i,j,k}^n}{\delta x}$$

La dérivée de la *fonction* $\varphi(t, x, y, z)$ est donc approchée par un opérateur sur le *vecteur* $\varphi_{i,j,k}^n$.

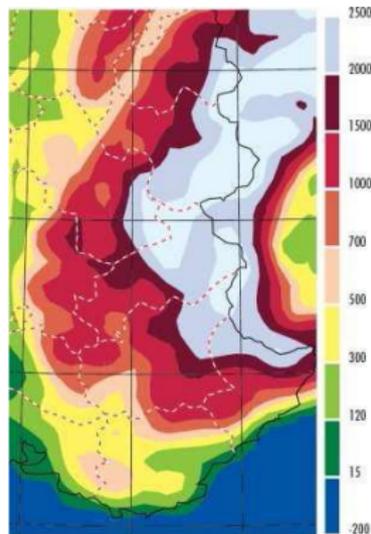
Taille des mailles : un compromis entre la précision et le temps de calcul

Le relief des Alpes vu par

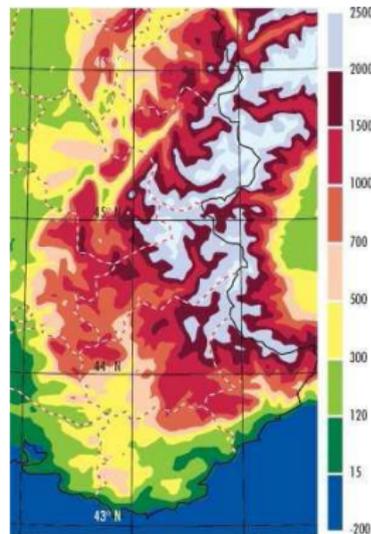


(source : Météo-France)

ARPEGE (15 km)



ALADIN (10 km)



AROME (2.5 km)

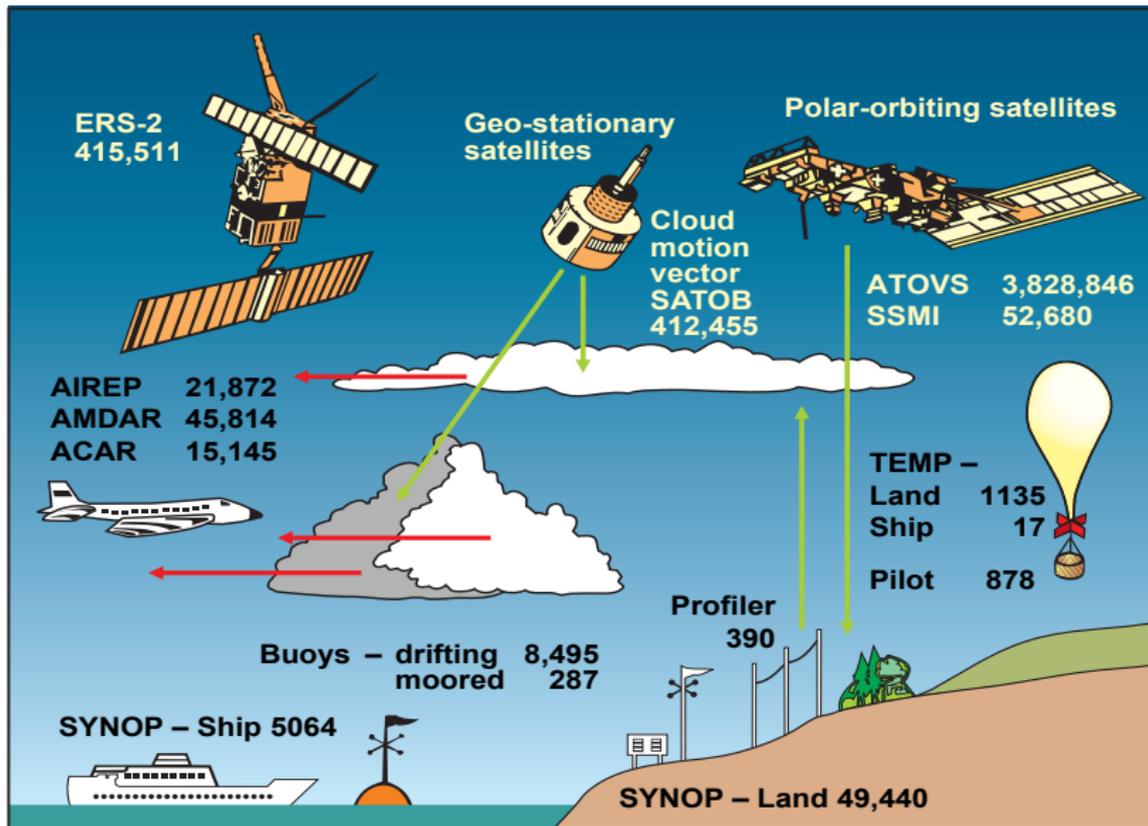
Paramétrisation des processus physiques

Faire une prévision météo est d'autant plus long que le nombre d'inconnues du système est grand \Rightarrow on doit faire un compromis entre la précision requise et le temps de calcul.

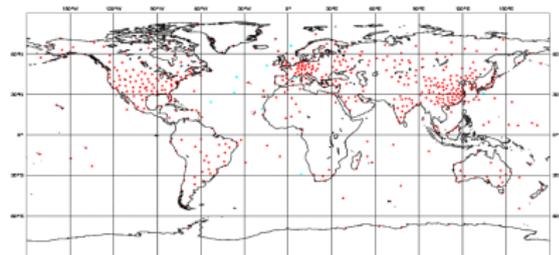
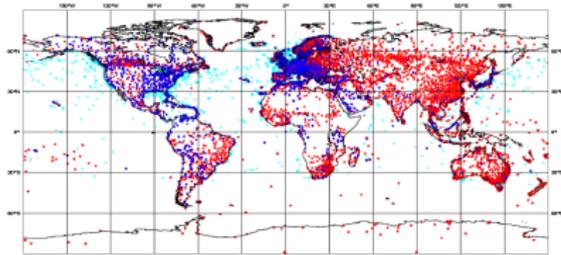
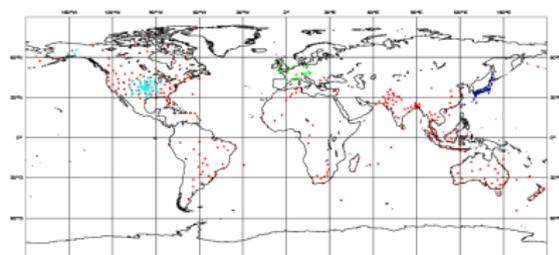
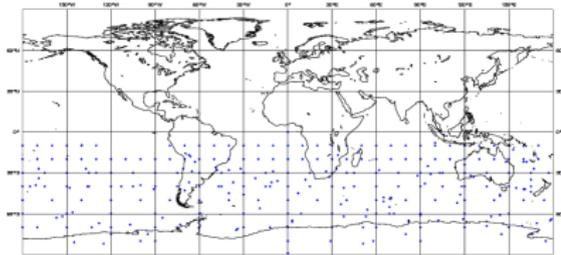
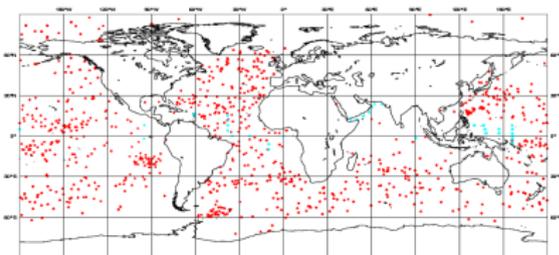
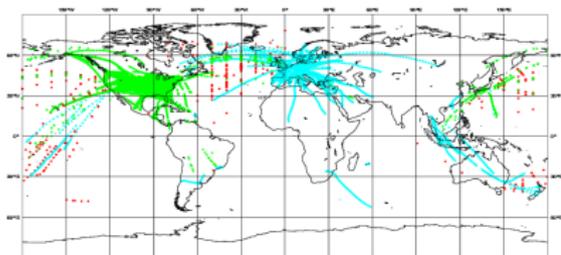
Ainsi, certains processus ne sont pas directement résolus par les équations, il faut les modéliser de manière simplifiée pour en tenir compte malgré tout :

- Les nuages sont en général trop petits par rapport à la taille de la grille (quelques kilomètres).
- Le sol, la végétation et l'hydrologie de surface varient également à une échelle trop petite, et sont régis par des équations complexes.
- L'océan est lui-même régi par des équations complexes et coûteuses de mécanique des fluides géophysiques, couplées avec l'atmosphère.
- De la même façon, les calottes polaires et la glace de mer sont régies par des équations d'évolution complexes et couplées avec l'atmosphère.

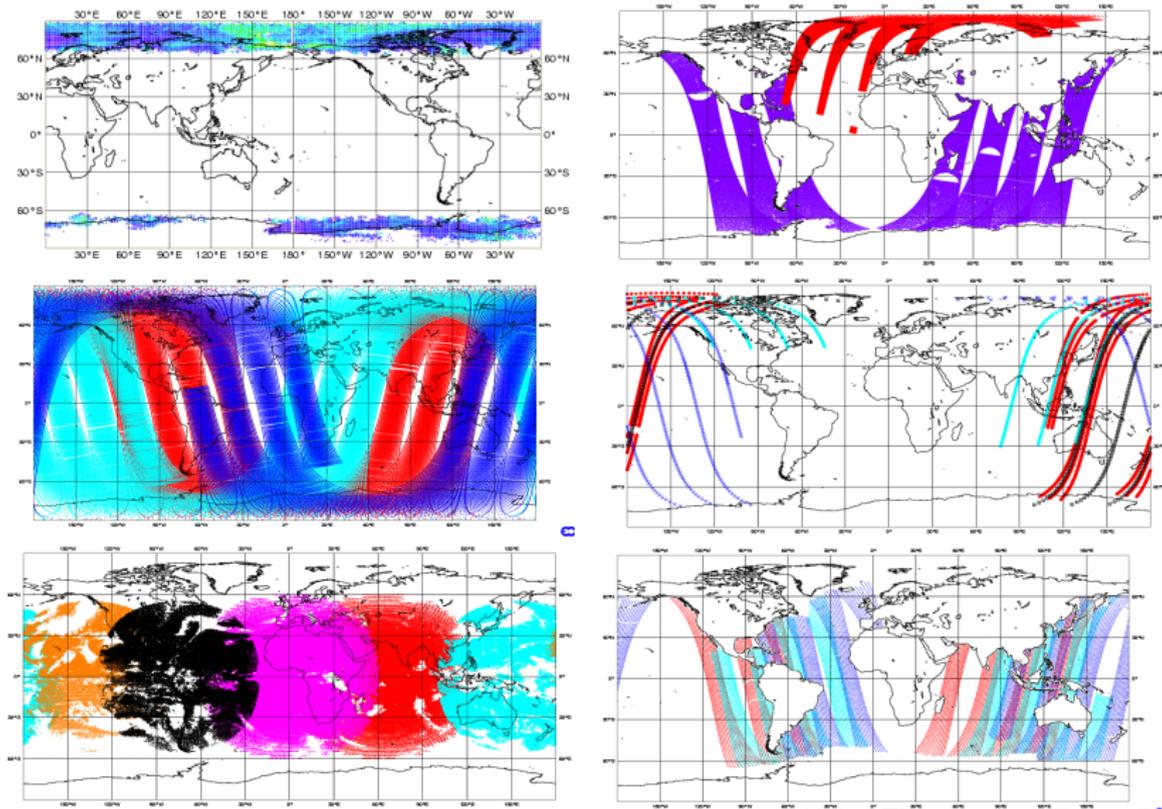
Les moyens d'observations



Les observations “conventionnelles”



Les observations satellitaires



Impact des satellites sur la qualité des prévisions

FORECAST VERIFICATION

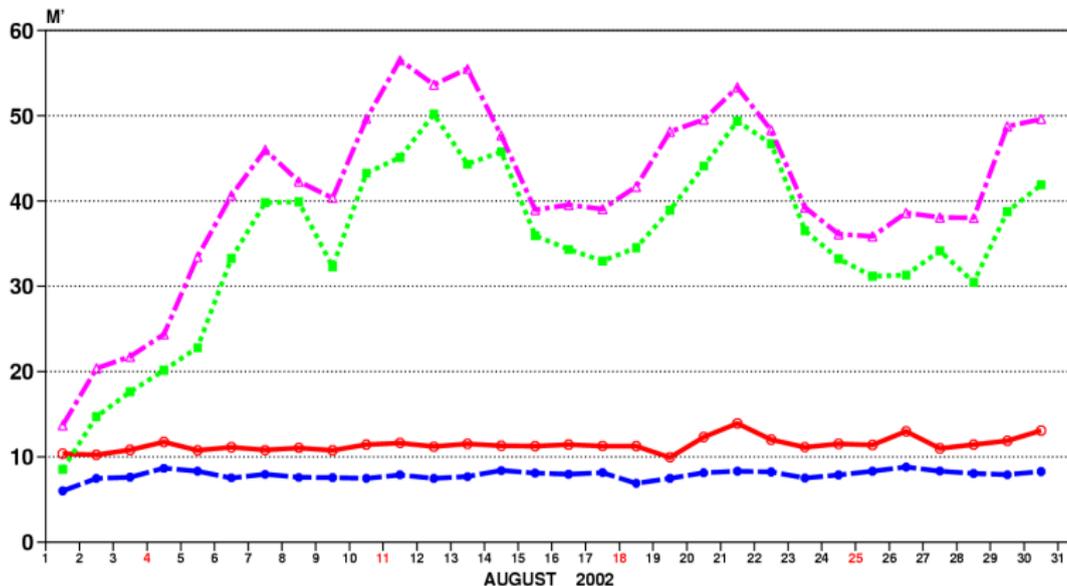
500hPa GEOPOTENTIAL

ROOT MEAN SQUARE ERROR

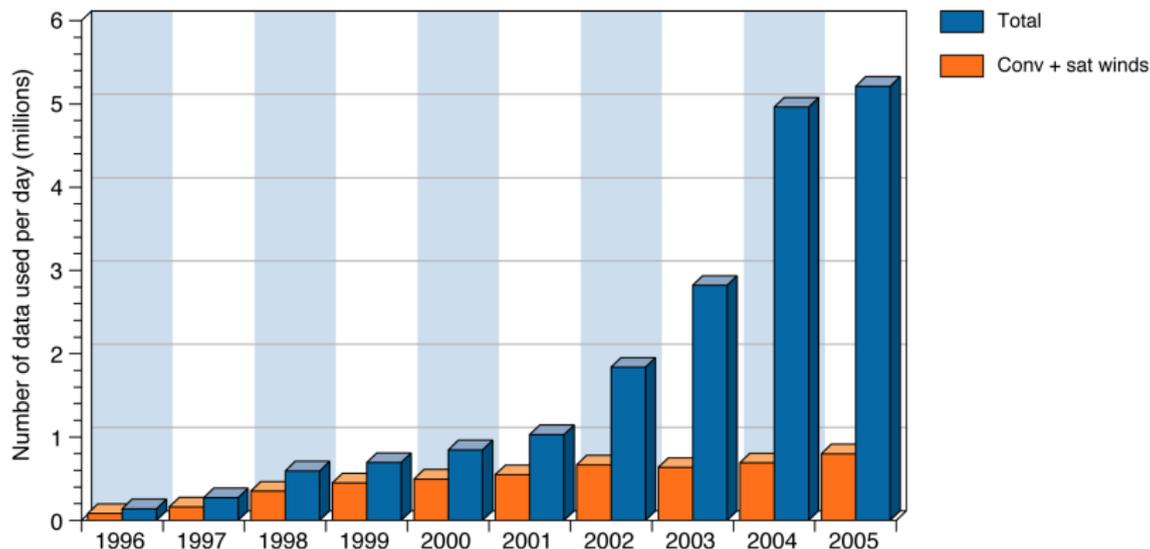
FORECAST

S.HEM LAT -90.000 TO -20.000 LON -180.000 TO 180.000

- control 12UTC T+ 12
- control 12UTC T+ 24
- no_sat 12UTC T+ 12
- △— no_sat 12UTC T+ 24



Volume de données



Exemple de l'ECMWF en 2004

- collectées par jour : 71 millions (dont 99% satellites)
- utilisées : 2.5 millions (dont 87% satellites)

⇒ seulement 3.5% des données collectées sont utilisées...

Les principales difficultés

- Dimensions des problèmes : plusieurs dizaines de millions d'inconnues, plusieurs dizaines de millions d'observations
- Temps de calcul, gestion de la mémoire, stockage et gestion des données
- Forte sensibilité aux conditions initiales (cf conférence de Camille Marini) : une prévision météo est obtenue en résolvant le modèle d'évolution numérique à partir d'un vecteur de conditions initiales

$$\left(\vec{U}(x_i, y_j, z_k), p(x_i, y_j, z_k), T(x_i, y_j, z_k), q(x_i, y_j, z_k) \right) |_{t=0}$$

Une petite erreur sur cet état initial conduit rapidement à une prévision mauvaise !

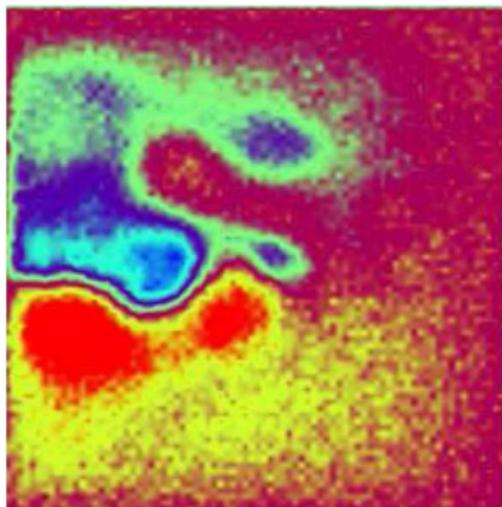
⇒ Il faut chercher le meilleur état initial possible !

Plan de l'exposé

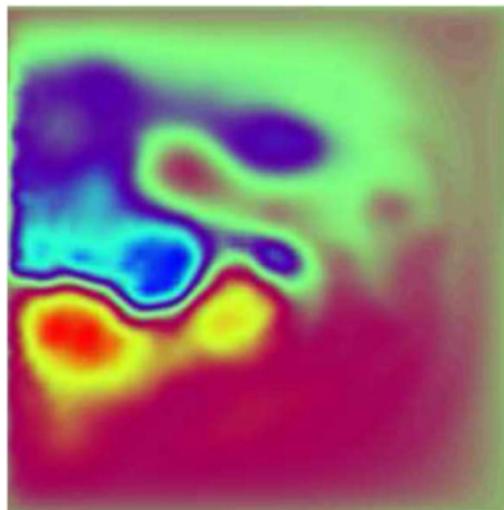
- 1 Ingrédients de base et difficultés de la prévision météo
 - Modèles de circulation atmosphérique
 - Observations
 - Difficultés
- 2 Outils mathématiques actuels de prévision numérique du temps
 - Optimisation
 - Statistiques
 - Traitement d'images
- 3 Autres domaines d'application de ces méthodes
 - Industrie
 - Imagerie
 - Géosciences et environnement

Données sans modèle

données



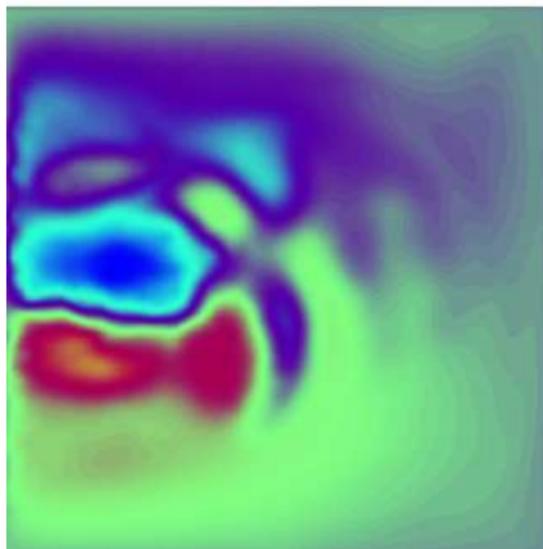
référence



(un point sur 25 uniquement)

Modèle sans données

référence



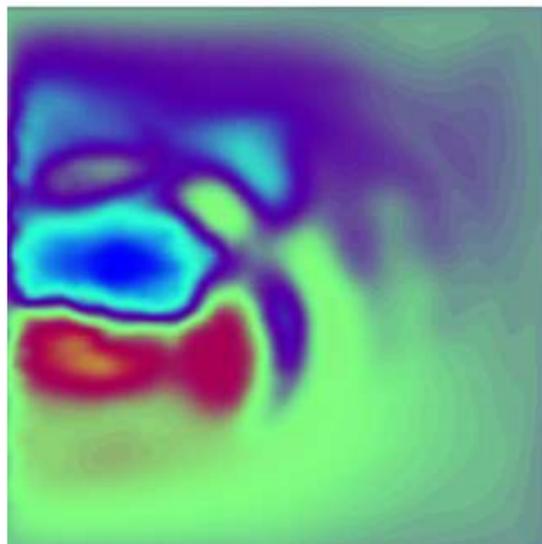
modèle



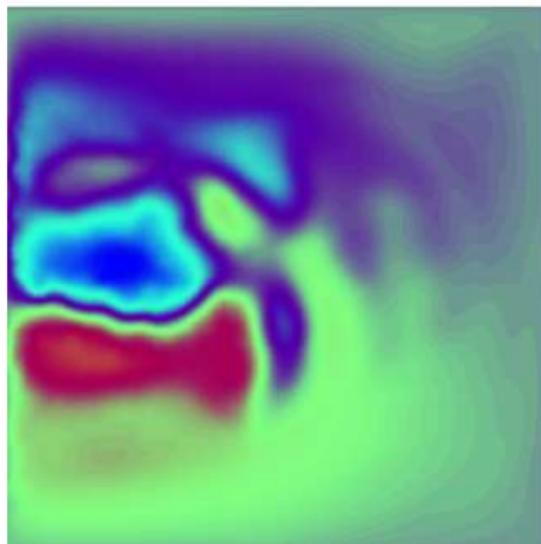
(après 4 mois)

Combiner modèle et données

référence



avec assimilation

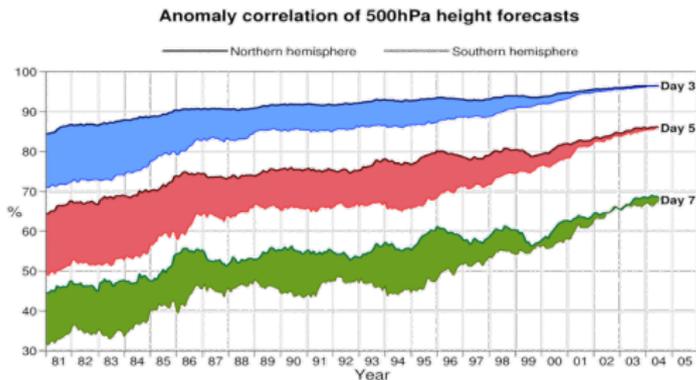


Assimilation de données

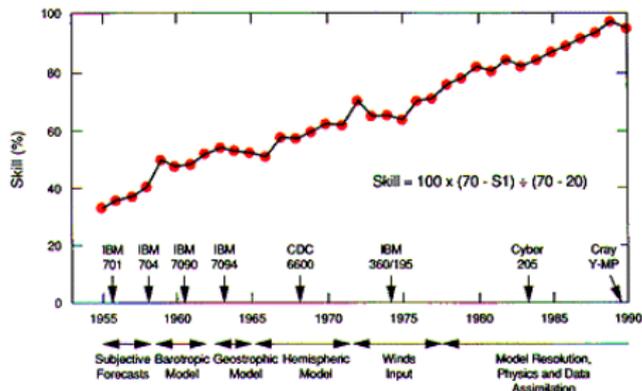
Définition : Ensemble des méthodes mathématiques et numériques permettant de combiner de manière optimale l'ensemble des informations dont on dispose sur un modèle physique, à savoir les équations mathématiques du modèle, les observations ou mesures du système, et les statistiques sur les erreurs commises.

Reformulation pour la météo : combiner toutes les sources d'information pour estimer le meilleur état initial possible, afin d'effectuer des prévisions.

Une science en évolution



**NMC Operational Forecast Skill Scores
36 - Hour 500 mB**



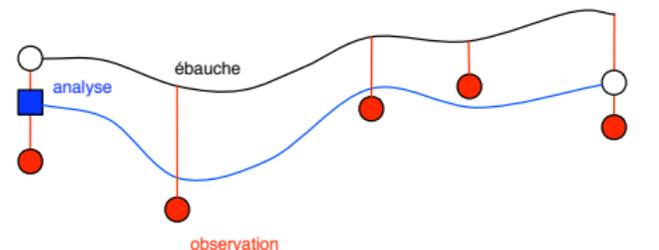
Formulation du problème d'optimisation

Vecteur inconnu : $x = (\vec{U}, p, T, q) |_{t=0, x_i, y_j, z_k}$, état initial.

Critère à minimiser : $J(x) = \|M(x) - \text{obs}\|^2$, écart entre sortie du modèle et observations.

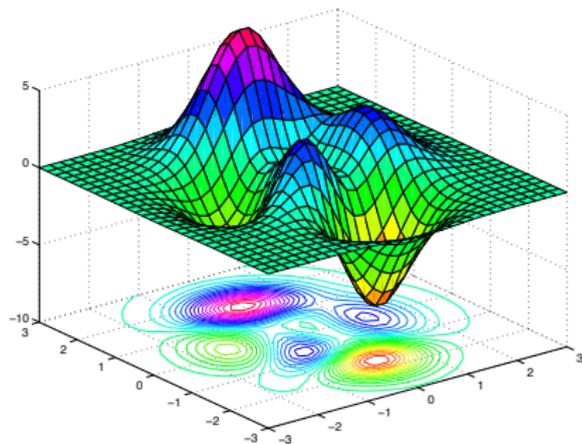
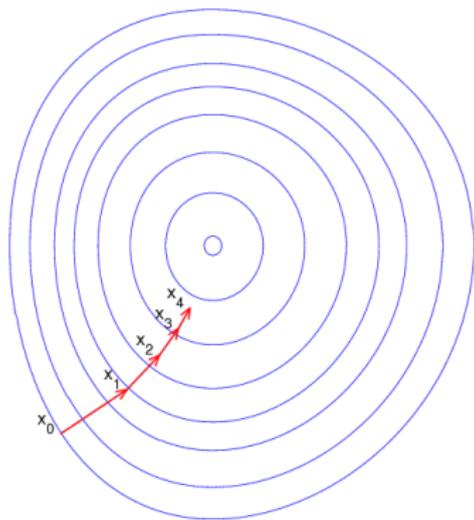
Minimisation de J : trouver le meilleur état initial x , celui qui fait coïncider au mieux le modèle et les observations.

Méthode itérative : on part d'une ébauche x_0 , et ensuite on procède par étapes $x_{n+1} = x_n + \text{incrément}$, de sorte qu'à chaque étape J décroît. On s'arrête quand J est minimale.



Méthode de descente

On cherche l'argument minimum d'une fonction J en grande dimension. On cherche à avancer dans la direction de la plus grande pente, c'est-à-dire dans la direction du gradient de J .
Algorithme itératif du type $x_{n+1} = x_n - \alpha \nabla J(x_n)$



Calculer un gradient en grande dimension

Rappel de la définition du gradient :

$$\nabla J = \left(\frac{\partial J}{\partial x_1}, \frac{\partial J}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial J}{\partial x_i}, \dots, \frac{\partial J}{\partial x_N} \right), \text{ avec } N \simeq 30.10^6$$

$$\frac{\partial J}{\partial x_i} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{J(x_1, x_2, \dots, x_i + h, \dots, x_n) - J(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)}{h}$$

→ des dizaines de millions de limites à calculer !

En pratique, un simple appel à J fait intervenir tout le modèle de circulation d'atmosphère et coûte donc quelques minutes...

La **méthode adjointe** permet de calculer le gradient à un coût de calcul raisonnable, au prix de développements mathématiques et numériques préalables très lourds.

→ Méthode introduite dans les centres opérationnels à la fin des années 1990, début des années 2000.

Méthode adjointe dans un cas simple

$J(x) = \|Ax - b\|^2$. On calcule à la main le gradient de J , avec :

$$\langle \nabla J(x), v \rangle = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{J(x + hv) - J(x)}{h}$$

$$\begin{aligned} J(x + hv) &= \|A(x + hv) - b\|^2 = \|Ax - b + hAv\|^2 \\ &= \|Ax - b\|^2 + 2h\langle Ax - b, Av \rangle + h^2\|Av\|^2 \end{aligned}$$

$$\frac{J(x + hv) - J(x)}{h} = 2\langle Ax - b, Av \rangle + h\|Av\|^2$$

$$\langle \nabla J(x), v \rangle = 2\langle Ax - b, Av \rangle = 2\langle A^T(Ax - b), v \rangle$$

$$\nabla J(x) = 2A^T(Ax - b)$$

A^T est la matrice transposée de A , ou encore **matrice adjointe**.
Ce concept se généralise aux opérateurs, et on calcule donc en pratique ∇J grâce à l'adjoint du modèle d'écoulement d'atmosphère.

Régularisation de la fonction coût

En pratique, le problème de minimisation de la fonction $J(x) = \|M(x) - \text{obs}\|^2$ est *mal posé* : il n'y a pas forcément unicité de la solution trouvée, la solution peut être très sensible aux observations. De plus, il peut exister des minima locaux. Tout ceci fait que l'algorithme de minimisation risque de ne pas converger, ou de donner des résultats non satisfaisants. Pour pallier ce problème, on *régularise* la fonction coût, en ajoutant un terme supplémentaire du type $\|x - \text{ébauche}\|^2$, où l'*ébauche* est proche du vrai minimum cherché. On minimise alors la fonction coût :

$$J(x) = \|M(x) - \text{obs}\|^2 + c\|x - \text{ébauche}\|^2$$

Pour c assez grand, la minimisation devient *bien posée*, cependant si c est trop grand, on force x à être proche de l'ébauche plutôt que des observations \Rightarrow compromis à trouver.

Statistiques : pour quoi faire ?

On se donne deux observations $y_1 = 1$ et $y_2 = 2$ d'une quantité x inconnue, que l'on souhaite estimer. Méthode naturelle : on cherche x qui minimise $(x - 1)^2 + (x - 2)^2$, et on trouve l'estimateur $\hat{x} = 3/2$. On a résolu ici un problème de moindres carrés. Problèmes :

- Le résultat est sensible au **changement d'unité** : si on se donne $y_1 = 1$ une mesure de x et $y_2 = 4$ une mesure de $2x$, on est ramené à minimiser $(x - 1)^2 + (2x - 4)^2$, et on trouve cette fois $\hat{x} = 9/5$.
- Le résultat n'est pas sensible à la **précision de la mesure**, on trouve le même résultat si y_1 est plus précise que y_2 .

Les statistiques sur les erreurs commises en estimant x par y_1 ou y_2 peuvent aider à normaliser. Si les erreurs sont de moyenne nulle et de variances connues σ_1 et σ_2 , le "bon" critère à minimiser est le suivant :

$$J(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{(x - y_1)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(x - y_2)^2}{\sigma_2^2} \right)$$

Où sont les erreurs ?

Les sources d'erreurs sont très nombreuses :

- erreurs liées aux appareils de mesure, aux positions des satellites, et au temps passé à faire une mesure
- erreurs sur le choix de l'ébauche dans l'algorithme de minimisation
- erreurs liées à la résolution du modèle (taille des maille)
- erreurs liées aux approximations de certains processus physiques

Toutes ces erreurs sont en général supposées de moyenne nulle, mais elles sont corrélées entre elles, donc on cherche des variances et des covariances.

Matrices de covariances

Variance d'une variable aléatoire : $\text{Var}(x) = \text{Esp}((x - \text{Esp}(x))^2)$

Covariance entre deux variables aléatoires :

$$\text{Cov}(x, y) = \text{Esp}((x - \text{Esp}(x))(y - \text{Esp}(y)))$$

Matrice de covariances d'un vecteur $\vec{x} = (x_i)_{1 \leq i \leq n}$:

$$\text{Cov}(\vec{x}) = (\text{Cov}(x_i, x_j))_{1 \leq i, j \leq n}$$

Modification de la fonction coût : on remplace les normes $\|\cdot\|^2$ par des normes pondérées par les matrices de covariances (= on change de produit scalaire).

Changer les normes revient à changer le résultat de la minimisation
 \Rightarrow les matrices de covariances ont un impact très grand sur le résultat.

Les matrices de covariances sont de taille **plusieurs dizaines de millions au carré**, et les erreurs sont souvent **mal connues** : instockables/incalculables \Rightarrow modélisation et estimation.

Comment estimer des statistiques ?

Variance d'une variable aléatoire : $\text{Var}(x) = \text{Esp} \left((x - \text{Esp}(x))^2 \right)$

Estimation par **méthode de Monte-Carlo** : on se donne un ensemble de m réalisations de x : x_1, x_2, \dots, x_m , et on estime l'espérance par la méthode de Monte-Carlo (loi des grands nombres) :

$$\text{Esp}(x) \simeq \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$$

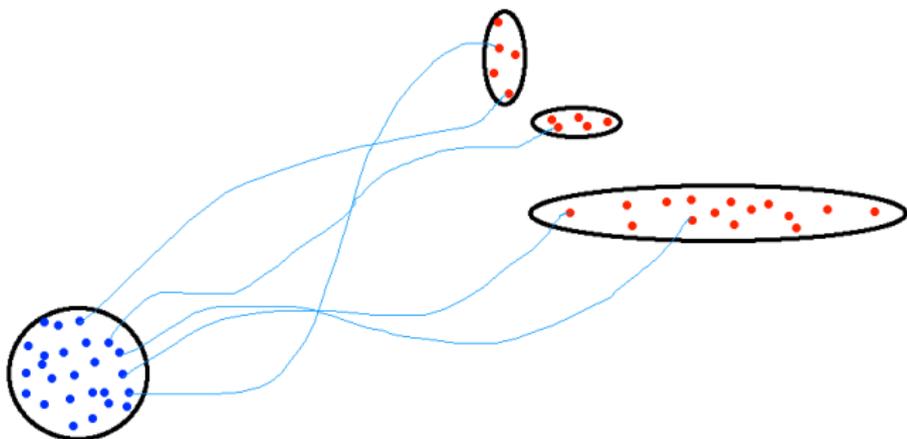
On généralise tout ça à la variance :

$$\text{Var}(x) \simeq \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(x_i - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j \right)^2$$

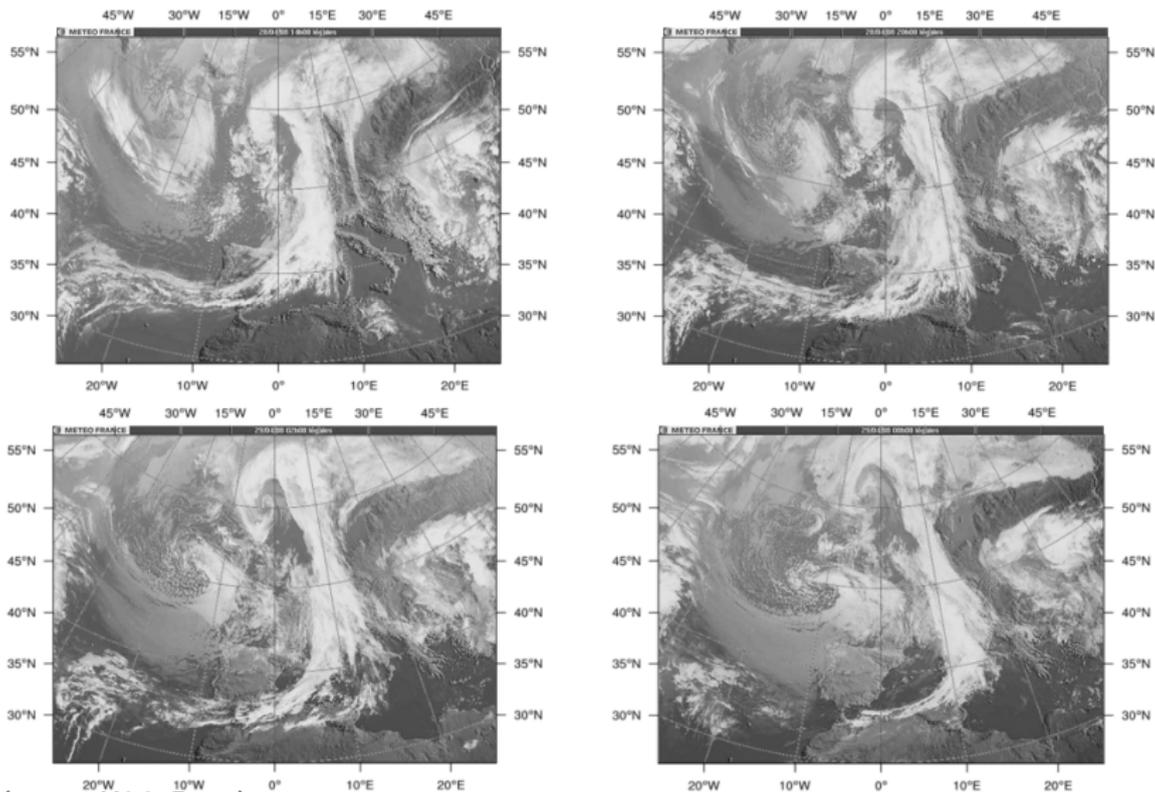
Puis en prenant x vectoriel, on généralise aux matrices de covariances. L'idée est de faire ce genre de calculs avec m petit (de l'ordre de 50-100), en choisissant bien les réalisations x_i .

Indices de confiance

On perturbe un peu l'état initial de l'atmosphère (celui qu'on utilise pour faire la prévision) de diverses façons différentes, ça donne un ensemble de m réalisations de l'état initial. Ensuite on fait évoluer ces m états, ça donne m prévisions différentes qui se dispersent (par sensibilité aux conditions initiales). La façon dont les prévisions se dispersent simule la fiabilité de la prévision.



Images satellites



(source : Météo-France)

Assimilation d'images

Les mesures eulériennes sont faites en un point donné, à un instant donné. L'instrument de mesure est soit immobile, soit (pour les satellites) sur une trajectoire connue à l'avance.

Données lagrangiennes

Les mesures lagrangiennes sont faites par un instrument *qui bouge avec le flot* (flotteur dérivant dans l'océan par exemple).

Les images satellites contiennent de l'information lagrangienne : le déplacement des fronts et des structures. Cette information est difficile à extraire mathématiquement.

Ainsi, les images du déplacement des nuages ne sont pas assimilées directement dans les centres opérationnels, c'est un sujet de recherche actif.

Assimilation d'images : difficultés

Rappel du problème d'optimisation :

Vecteur inconnu : $x = \left(\vec{U}, p, T, q \right) |_{t=0, x_i, y_j, z_k}$, état initial.

Critère à minimiser : $J(x) = \|M(x) - \text{obs}\|^2$, écart entre sortie du modèle et observations.

La définition de la norme pour comparer deux images n'est pas simple !

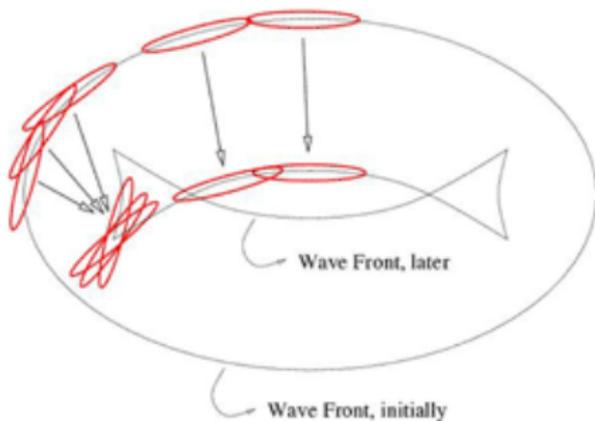
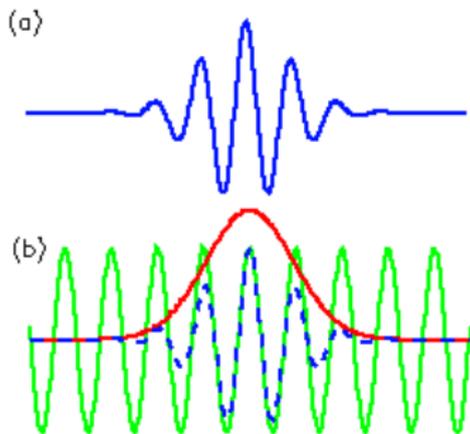
Quelle norme pour comparer deux images ?

La norme naturelle consiste à comparer en chaque pixel de l'image la valeur de la luminosité \Rightarrow assez mauvais du point de vue de contenu en information.

On veut une norme qui tienne compte des structures présentes dans les images (fronts, gradients), plutôt que du bruit \Rightarrow réécriture de l'image dans une base qui met en valeur les structures.

Ondelettes et curvelettes

- Base des séries de Fourier : chaque élément de la base est localisé en fréquence.
- Base d'ondelettes : chaque élément de la base est localisé en fréquence *et en espace*.
- Famille de curvelettes : chaque curvelette est localisée en fréquence, *en espace, et en orientation*.



Ondelettes et curvelettes

- On a une écriture de l'image dans la base des pixels :
$$I(x, y) = \sum_{i=1}^n c_i e_i(x, y),$$
 où $e_i(x, y)$ est une fonction qui vaut 1 sur le pixel i et 0 partout ailleurs, et c_i est la valeur de l'intensité lumineuse au pixel i .
- On remplace cette écriture par celle dans la base des ondelettes : $I(x, y) = \sum_{j=1}^m d_j f_j(x, y)$, où f_j est la j -ème ondelette et d_j le coefficient associé.
- Ensuite on effectue un *seuillage*, en ne retenant qu'une partie (par exemple quelques %) des coefficients :
$$I(x, y) = \sum_{k=1}^r d_k f_r(x, y),$$
 de sorte qu'on obtient une représentation de l'image avec seulement r coefficients ($r \ll n$).

Ceci est très utile pour ne retenir que les structures principales de l'image, en vue de faire de l'assimilation de données.

[ça sert aussi pour la compression d'images, cf JPEG 2000]

Plan de l'exposé

- 1 Ingrédients de base et difficultés de la prévision météo
 - Modèles de circulation atmosphérique
 - Observations
 - Difficultés
- 2 Outils mathématiques actuels de prévision numérique du temps
 - Optimisation
 - Statistiques
 - Traitement d'images
- 3 Autres domaines d'application de ces méthodes
 - Industrie
 - Imagerie
 - Géosciences et environnement

En général

Problèmes inverses

Modèle $y = M(x)$, x paramètres d'entrée, y paramètres de sortie, M modèle reliant les deux.

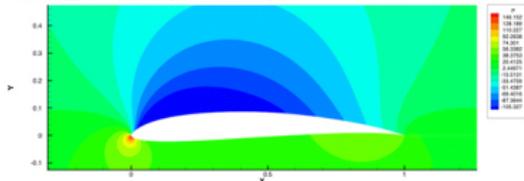
- Problème direct : connaissant x , trouver y .
- Problème inverse : connaissant des mesures (partielles et entachées d'erreurs) de y , estimer x .

Pour quoi faire ?

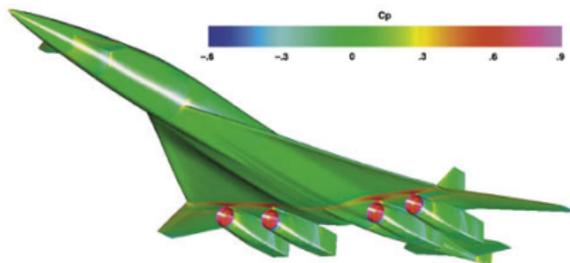
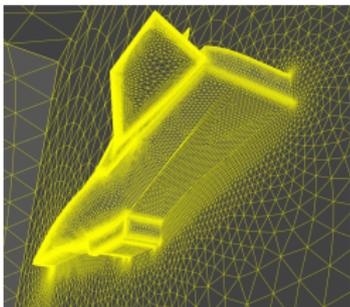
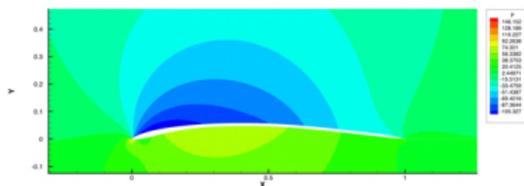
- amélioration d'un modèle numérique
- identification des conditions initiales ou aux limites
- identification de paramètres incertains dans le modèle
- interpolation optimale d'observations éparées
- reconstruction indirecte d'une variable non observée

Optimisation de forme : aérodynamique

Pressure contour plot for a Reynolds number of 500,000 and 2 angle of attack
For a Eppler 66 airfoil ($c_D = 0.01008$)



For a numerically optimized airfoil ($c_D = 0.00811$)

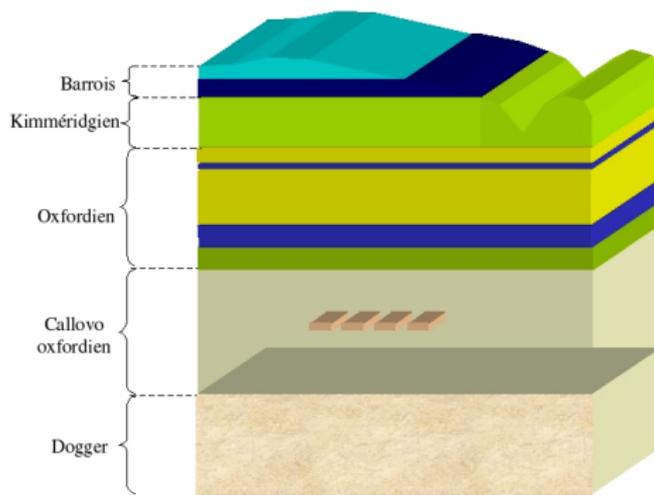


On cherche une forme optimale, par optimisation multi-critères :

- contraintes aérodynamiques,
- thermo-mécaniques,
- électro-magnétiques,
- coût des matériaux, etc.

Stockage des déchets nucléaires

Sûreté du site de stockage \Rightarrow Modélisation des écoulements en milieux poreux autour du site.

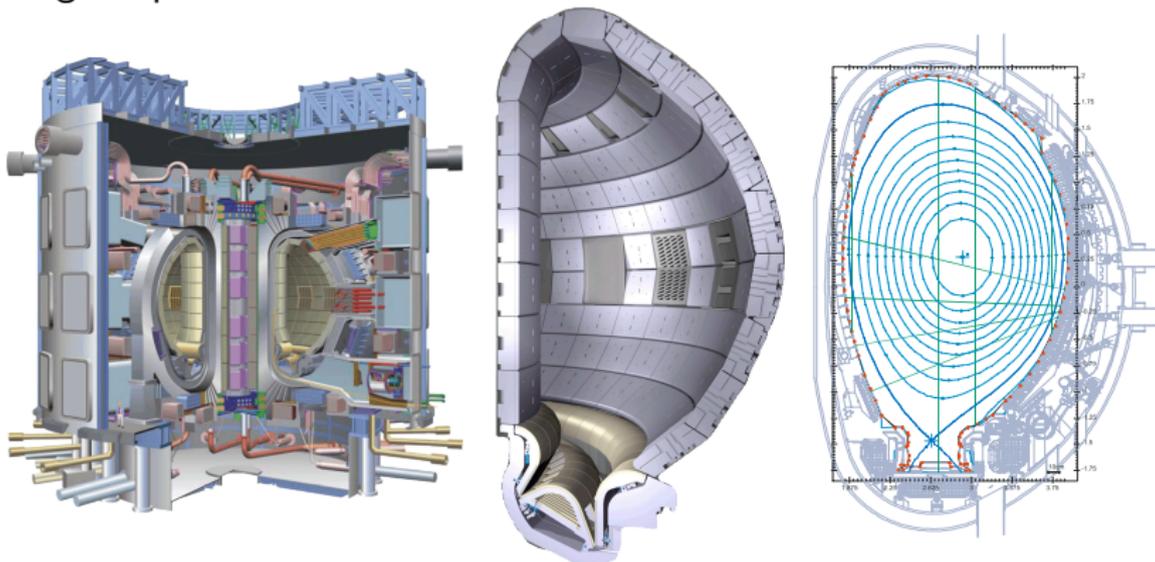


Ceci nécessite de connaître les paramètres physiques des différentes couches géologiques. Ces paramètres ne sont pas directement accessibles par des mesures.

\Rightarrow Résolution d'un problème inverse pour les retrouver.

Contrôle des plasmas pour ITER et la fusion

Fusion nucléaire contrôlée : plasma confinée dans la chambre magnétique.



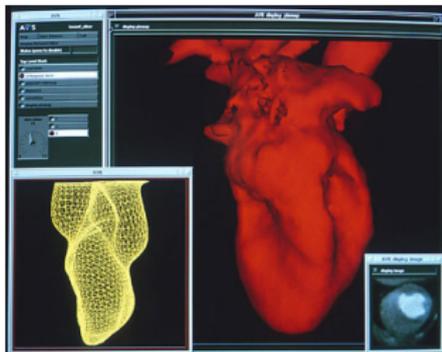
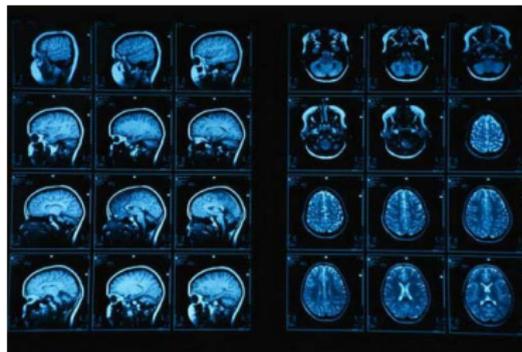
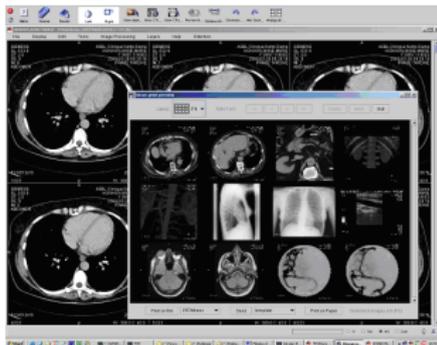
Problème inverse : identification de fonctions inconnues dans les équations du plasma. En agissant sur le champ magnétique d'entrée, on peut contrôler en temps réel le confinement du plasma.

Problèmes inverses en imagerie

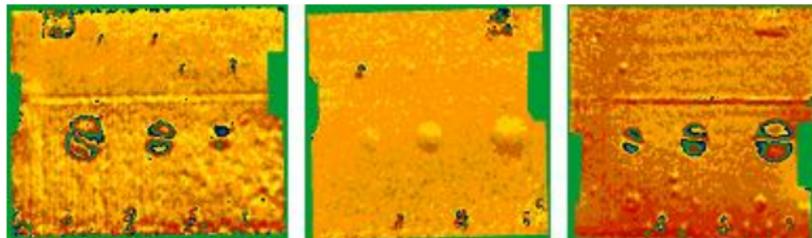
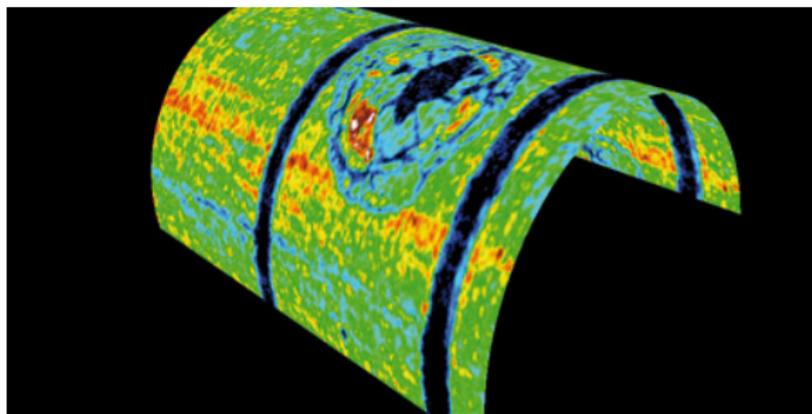
Principe

En général, on soumet le corps à un signal (magnétique, électrique, acoustique, ...), et en fonction de la réponse obtenue, on reconstruit *par résolution d'un problème inverse* une image de la zone observée.

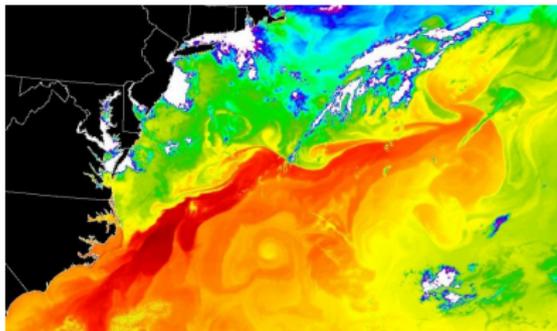
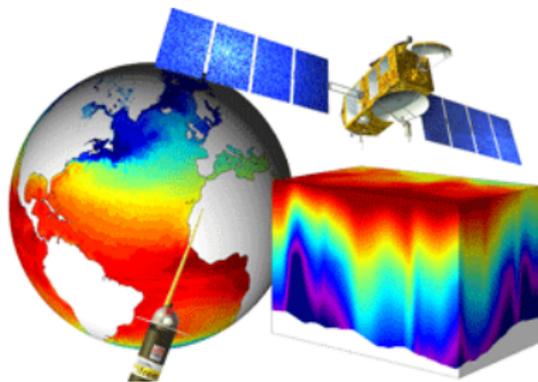
Imagerie médicale



Contrôle non destructif



Océanographie grande échelle



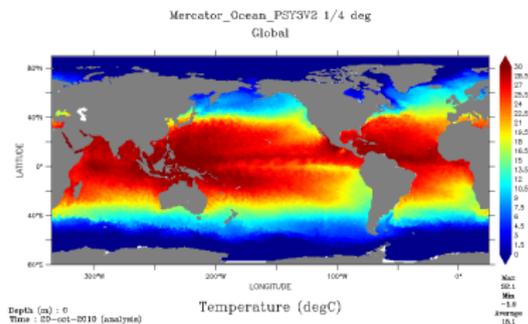
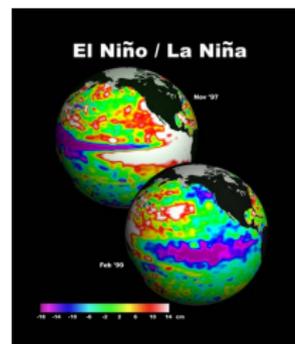
Ingrédients :

- Observations : satellitales et in situ (bouées fixes ou dérivantes, navires, profils verticaux)
- Modèles : équations de la mécanique des fluides sur une sphère tournante, avec des frontières complexes
- Assimilation de données pour combiner les deux, comme pour la météo

Océanographie grande échelle

Applications :

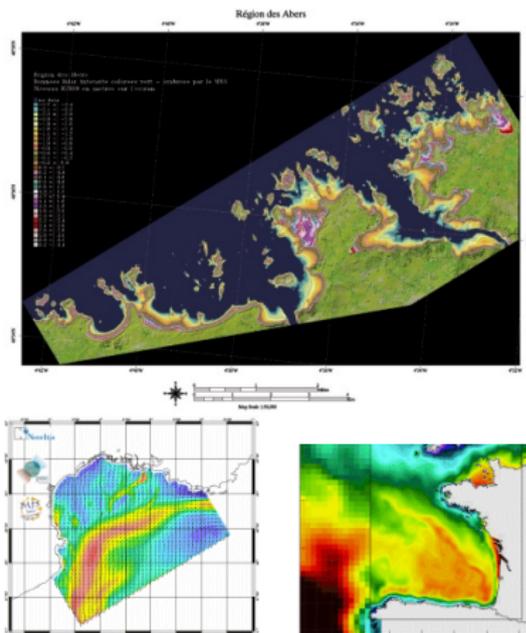
- Prévisions à court terme (1 mois) : pêche, armée, voile
- Prévisions à moyen terme (quelques mois - années) : El Niño
- Tendances à long terme (siècle) : climat
- Réanalyses des données passées
- Identification de paramètres pour améliorer les modèles



Océanographie côtière

Applications :

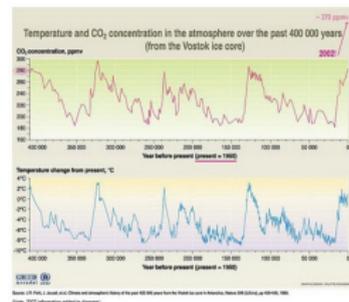
- prévision des courants
- amélioration des modèles
- localisation et suivi de sources de pollution le long de la côte
- suivi et prévision des marées noires
- recherche et secours en mer



Glaciologie

Datation des carottes de glace :

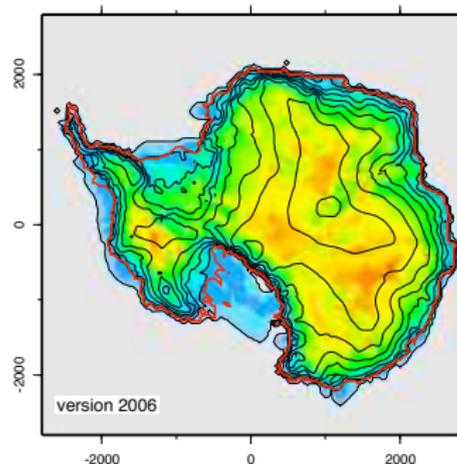
- très grandes échelles de temps
- modèles simplifiés d'écoulement de la glace
- grandes sources d'incertitudes
- difficultés d'obtention des données



Glaciologie

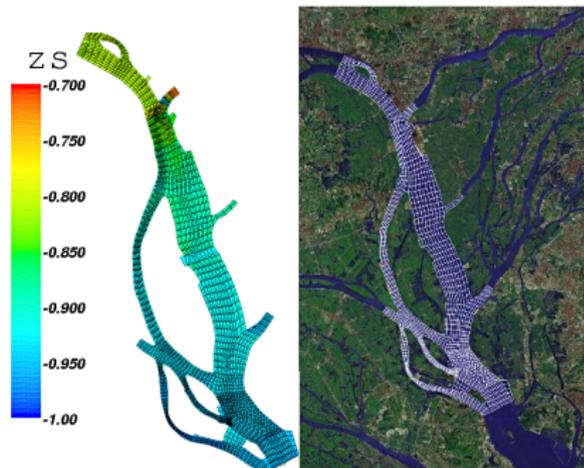
Applications des problèmes inverses en glaciologie grande échelle :

- Impact des calottes polaires (Antarctique, Groenland) sur l'évolution du niveau des mers
- Identification de l'état actuel des calottes polaires (mal observées en profondeur, conditions aux limites mal connues)
- Reconstruction des calottes passées
- Reconstruction du climat passé



Hydrologie

- Modèles bi- ou tri-dimensionnels de cours d'eau
- Observations ponctuelles et satellitaires
- Applications : détection et suivi de crues



Agronomie

Applications très diverses de
l'assimilation de données :

- Optimisation de l'irrigation
- Modèles de croissance de plantes

